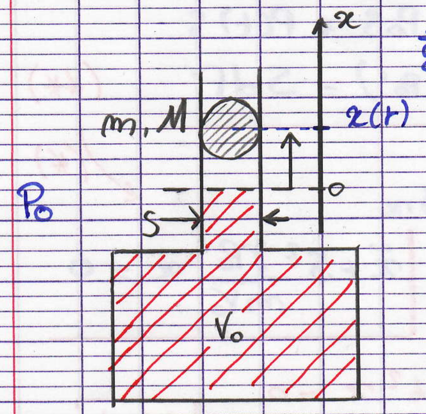
Exercice T3-16 :



1°) $\boxed{P_0' = P_0 + \frac{mg}{S}}$

alors $x = 0$ $\quad V = V_0$

2) $x_0 S \ll V_0$

à t $\quad V(t) = V_0 + S.x$

très proche de V_0

{gaz de volume V} subi une transformation adiabatique QS* donc adiabatique réversible (⇒ isentropique)

le gaz étant parfait :

on peut utiliser les lois de Laplace :

$PV^\gamma = cte$

différentielle logarithmique :

$$\frac{dP}{P_0'} + \gamma \frac{dV}{V_0} = 0 \Rightarrow \boxed{dP = -\gamma \frac{dV}{V_0} P_0' = -\gamma \frac{P_0'}{V_0} Sx} \quad (*)$$

$dP = P(t) - P_0'$ $\qquad dV = V(t) - V_0 = Sx$

$\mathcal{S}$ = {bille, m} dans le référentiel terrestre galiléen :

soumis à :

- son poids : $m\vec{g}$
- la force de pression due à l'atmosphère : $\vec{F}_{atm} = -P_0 S \vec{e_x}$
- ——————————— au gaz : $\vec{F} = P(t) S \vec{e_x}$

PFD : $m\vec{a} = m\vec{g} - P_0 S\vec{e_x} + P(t)S\vec{e_x}$

$m\ddot{x} = -mg - P_0 S + P(t) S$

$$\boxed{m\ddot{x} = S(P(t) - P_0') = S\,dP} \quad (**)$$

(*)

$$m\ddot{x} = -S\frac{\gamma P_0'}{V_0} S x$$

$$\boxed{\ddot{x} + S^2 \frac{\gamma P_0'}{m V_0} x = 0}$$

de la forme : $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$

avec $\omega_0 = S\sqrt{\dfrac{\gamma P_0'}{m V_0}}$

↳ oscillateur harmonique :

$x(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$

$\dot{x} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t) + B\omega_0 \cos(\omega_0 t)$

à $t = 0$

$$\begin{cases} x(0) = A = x_0 \\ \dot{x}(0) = B\omega_0 = 0 \end{cases}$$

$\rightarrow \boxed{A = x_0}$ et $\boxed{B = 0}$

$\Rightarrow \boxed{x = x_0 \cos(\omega_0 t)}$

oscillat° sinusoïdales de période $T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = \dfrac{2\pi}{S}\sqrt{\dfrac{m V_0}{\gamma P_0'}}$

$$\boxed{\gamma = \frac{4\pi^2}{S^2 T_0^2} \frac{m V_0}{P_0'}}$$

méthode pour déterminer γ.