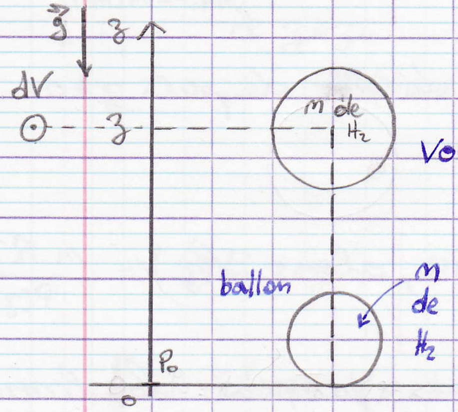
Ex. T2-6 :



volume $V(z)$ d'atmosphère déplacé (air) à $P(z)$

m placé dans un ballon à T_0, P_0

Pour une atmosphère isotherme :

$$\begin{cases} P = P_0 \exp\left(-\frac{Mg}{RT} z\right) \\ M = M_{air} = 29\ g.mol^{-1} \end{cases}$$

1) Pour le ballon sonde ds R_T gal :

Bilan des forces à z :
$$\begin{cases} \text{poids} : (m + m(H_2))\vec{g} = (m + n.M(H_2))\vec{g} \\ \text{poussée d'Archimède} : \\ \vec{F_A} = -m_f \vec{g} = -m_{\substack{air \\ déplacé \\ à\ z}} \vec{g} = -M_{air}\, n_{\substack{air \\ déplacé \\ à\ z}} \vec{g} \end{cases}$$

OR à z : pour H_2 : $P(z)V(z) = n.RT_0$
pour air : $P(z)V(z) = n_{air}(z) RT_0$

$$\boxed{\forall z,\ n_{air}(z) = cte = n}$$

à $z = 0$ le PFD pour le ballon s'écrit :

$$\underbrace{(m + n.M(H_2))}_{m_T}\vec{g} - M_{air}\, n \vec{g} = m_{\substack{T \\ ballon}} \vec{a}_{G/R_T}$$

S'il y a décollage du ballon, le PFD projeté selon $\vec{e_z}$:

$$-(m + n\, M(H_2))\, g + M_{air}.\, n\, g > 0$$

$$\hookrightarrow \quad n > \frac{m}{M_{air} - M(H_2)}$$

CCL : si $\begin{cases} \boxed{n > n_0} \quad \text{avec} \quad \boxed{n_0 = \dfrac{m}{M_{air} - M(H_2)} = 1852 \text{ mol}} \\ \text{alors le ballon décolle de puis } z = 0. \end{cases}$

2°) si le ballon décolle :

$z \nearrow$, alors $P(z) \searrow$, alors $V(z) = \dfrac{n R T_0}{P(z)} \nearrow$

OR le ballon est élastique jusqu'à la limite d'éclatement $V = V_1$, qui est atteinte pour $z_1 / V(z_1) = V_1$.

Rqe : $V_0 < V_1$

avec $\boxed{V_0 = \dfrac{n_0 R T_0}{P_0} = \dfrac{m}{M_{air} - M_{H_2}} \dfrac{R T_0}{P_0} = 1852 \cdot \dfrac{8{,}314 \cdot 293}{10^5} = 42 \text{ m}^3}$

Comme $PV = n R T_0$ pour H_2

↳ à z_1 :

$$P(z_1) = \frac{n R T_0}{V_1}$$

$$P_0 \exp\left(-\frac{Mg}{RT_0} z_1\right) = \frac{n R T_0}{V_1}$$

↳ $\exp\left(-\dfrac{z_1}{H}\right) = \dfrac{n R T_0}{P_0 V_1}$ avec $\boxed{H \equiv \dfrac{R T_0}{M g}}$

↳ $-\dfrac{z_1}{H} = \ln\left(n \dfrac{R T_0}{P_0 V_0} \dfrac{V_0}{V_1}\right)$

$z_1 = -H \ln\left(\dfrac{n V_0}{n_0 V_1}\right)$ ↳ $\boxed{z_1 = H \ln\left(\dfrac{n_0 V_1}{n V_0}\right)}$

3) Pour pouvoir aller + haut sans éclatement du ballon, on chasse de la matière (SOUPAPE) afin de conserver $V = cte = V_1$

$\forall z \geq z_1$

lorsque le ballon est stable

$$\text{à } z = z_2 \qquad \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

$$-(m + n(H_2)\,M(H_2))\,\cancel{g} + M_{air}\,\underbrace{n_{air\ \text{déplacé à } z}}_{n(H_2) \text{ à } z}\,\cancel{g} = 0$$

$$\hookrightarrow \text{à } z = z_2, \quad \boxed{n(H_2) = \frac{m}{M_{air} - M_{H_2}} \equiv n_0}$$

$$\text{alors} \quad V = cte = V_1 = \frac{n_0 R T_0}{P(z_2)}$$

$$V_1 = \frac{n_0 R T_0}{P_0 \exp\left(-\frac{Mg}{RT} z_2\right)}$$

$$\frac{V_1 . P_0}{n_0 R T_0} = \exp\left(\frac{Mg}{RT} z_2\right)$$

$$\frac{V_1}{V_0} = \exp\left(\frac{z_2}{H}\right) \Rightarrow \boxed{z_2 = H \ln \frac{V_1}{V_0}}$$