

EXERCICES DE CHIMIE - Option SI

SM4.1

Structure cubique centrée (I): $Z = 1 + 8 \cdot \frac{1}{8} = 2$ motif / nœud / atome par maille cubique d'arête a .

3 atomes alignés et en contact le long de la gde diagonale ($a\sqrt{3}$) du cube
 → critère de contact: $a\sqrt{3} = 4R$ soit $a = \frac{4}{\sqrt{3}} R$.

$$\text{d'où } E(\text{Na}_I) = \frac{Z \frac{4}{3} \pi R^3}{a^3} = \frac{2 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{\frac{2^3 \cdot 4 \cdot 4}{\sqrt{3}} R^3} = \frac{\sqrt{3}}{8} \pi = 0,68 = 68\%$$

Compacité caractéristique d'une maille cubique centrée. (inutile ici mais pour rappel)

$$\text{et } \rho(\text{Na}) = \frac{m}{V} = \frac{\text{masse d'1 maille}}{\text{vol d'1 maille}} = \frac{\frac{M(\text{Na})}{d_A} \cdot Z}{a^3} = \text{Or densité } d(\text{Na}) = \frac{\rho(\text{Na})}{\rho(\text{H}_2\text{O})}$$

$$\text{d'où } d(\text{Na}_I) = \frac{\rho(\text{Na})}{\rho(\text{H}_2\text{O})} = \frac{M(\text{Na}) Z}{d_A \left(\frac{4R}{\sqrt{3}}\right)^3 \rho(\text{H}_2\text{O})} = 0,904 \quad (\text{dico: } d = 0,97)$$

$$M(\text{Na}) = 23,0 \text{ g.mol}^{-1}, \quad d_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$Z = 2, \quad R(\text{Na}) = 0,190 \text{ nm}, \quad \rho(\text{H}_2\text{O}) = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$$

SM4.2

$$d(\text{Cu}) = 8,96 \rightarrow \rho(\text{Cu}) = 8,96 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$$

Cu cristallisé en une structure cubique faces centrées (F): $Z = 8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 4$ motifs / maille

3 atomes sont alignés et en contact le long de la diagonale ($a\sqrt{2}$) d'une des 6 faces de la maille cubique d'arête a .

→ critère de contact: $a\sqrt{2} = 4R \rightarrow a_F = 2\sqrt{2} R$ (inutile ici, mais pour rappel)

$$\text{Or } \rho(\text{Cu}) = \frac{M(\text{Cu}) Z}{d_A \cdot a^3} = \frac{M(\text{Cu}) Z}{d_A (2\sqrt{2} R)^3} \rightarrow a(\text{Cu}) = \left(\frac{M(\text{Cu}) Z}{d_A \rho(\text{Cu})} \right)^{\frac{1}{3}} = 0,361 \text{ nm}$$

$$\hookrightarrow R(\text{Cu}) = \frac{a_F}{2\sqrt{2}} = 0,128 \text{ nm}$$

SM4.3

Fer α : système cc

$$0,286 \text{ nm} = a_d = a_{\pm} = \frac{4}{\sqrt{3}} R$$

$$Z_d = 2$$

$$1) R(\text{Fe}_\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{4} a_d = 0,124 \text{ nm}$$

$$2) d(\text{Fe}_\alpha) = \frac{\rho(\text{Fe}_\alpha)}{\rho(\text{H}_2\text{O})} = \frac{M(\text{Fe}) Z_d}{N_A \cdot a_d^3 \rho(\text{H}_2\text{O})} = 7,92$$

Fer γ : système c.f.c

$$a_\gamma = a_F = 2\sqrt{2} R = 0,356 \text{ nm}$$

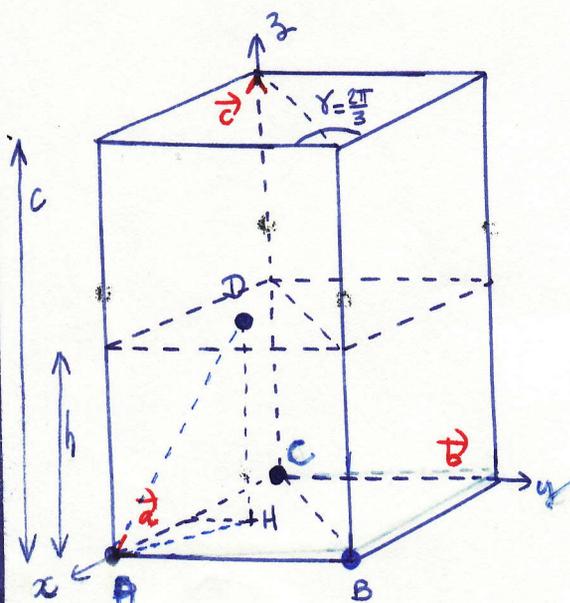
$$Z_\gamma = 4$$

$$R(\text{Fe}_\gamma) = \frac{1}{2\sqrt{2}} a_\gamma = 0,126 \text{ nm}$$

$$d(\text{Fe}_\gamma) = \frac{\rho(\text{Fe}_\gamma)}{\rho(\text{H}_2\text{O})} = \frac{M(\text{Fe}) Z_\gamma}{N_A a_\gamma^3 \rho(\text{H}_2\text{O})} = 8,22$$

SM4.4

Mg cristallise en une structure hexagonale compacte



le motif D est en $(\frac{c}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ dans le repère (Ox, y, z) de base $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$

$$\|\vec{a}\| = \|\vec{b}\| = a \quad \text{et} \quad \|\vec{c}\| = c$$

$$= 0,320 \text{ nm}$$

Comme C, D, A et B sont des atomes en contact 2 à 2, et forment un tétraèdre régulier (4 faces triangulaires équilatérales)

on a

$$AD = 2R = AC = a_H$$

$$AD^2 = AH^2 + h^2 = \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2 + h^2$$

$$\text{d'où } h^2 = a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{2}{3} a^2$$

$$h = \sqrt{\frac{2}{3}} a = \frac{c}{2} \rightarrow c = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} a_H = \sqrt{\frac{8}{3}} a_H = 0,523 \text{ nm}$$

(Reps: Comme $a_H = 2R \rightarrow R(\text{Mg}) = \frac{a_H}{2} = 0,160 \text{ nm}$.)

$$\rho(\text{Mg}) = \frac{\text{masse d'1 maille h.c.}}{\text{volume d'1 maille h.c.}} = \frac{M(\text{Mg}) Z_{\text{at}}}{N_A V_e}$$

$$\text{ou } Z = 1 + 8 \cdot \frac{1}{8} = 2 \text{ atomes/maille}$$

$$V_e = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = abc \sin \gamma = a^2 c \frac{\sqrt{3}}{2} = a^3 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{2} = a_H^3 \sqrt{2}$$

$$\rho(\text{Mg}) = \frac{M(\text{Mg}) Z_{\text{at}}}{N_A a_H^3 \sqrt{2}} = 1740 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$