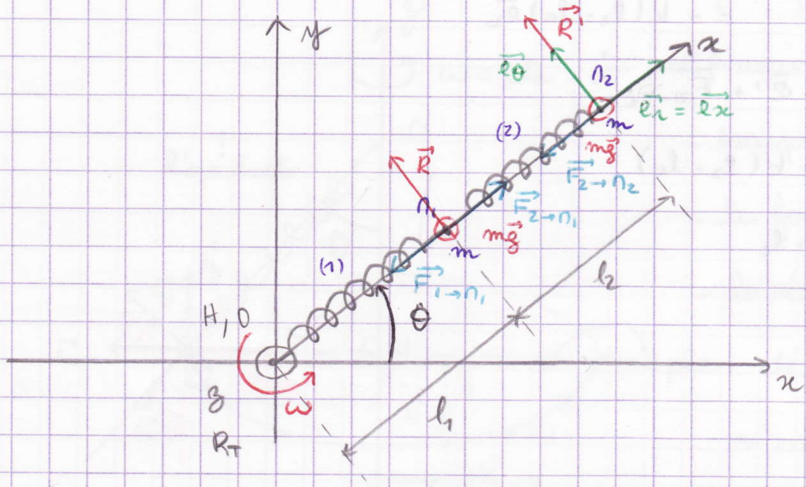
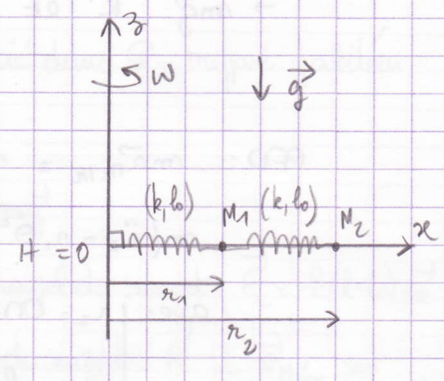
Ex n2.10

Vue de dessus





$S\{\Omega_1, m\}$ étudié ds R_T supp gal soumis à :

- son poids $m\vec{g}$
- réact° du support $\vec{R} \perp \vec{v}_{\Omega_1/Ox}$ car aucun frottement de Ox sur Ω_1

  ↳ $\vec{R} \perp \vec{e_x}$
- force de rappel de (1) : $\vec{F_{(1)\to\Omega_1}} = -k(l_1 - l_0)(+\vec{e_x}) = -k(l_1 - l_0)\vec{e_x}$
- ——————————— (2) : $\vec{F_{(2)\to\Omega_1}} = -k(l_2 - l_0)(-\vec{e_x}) = k(l_2 - l_0)\vec{e_x}$

PFD pour Ω_1 ds R_T gal :

$$m\vec{a}_{\Omega_1/R} = \vec{F_{(1)\to\Omega_1}} + \vec{F_{(2)\to\Omega_2}} + \vec{R} + m\vec{g}$$

→ ds la base polaire, projection selon $\underline{\underline{\vec{e_x} = \vec{e_r}}}$

$$m(\ddot{r}_1 - r_1\dot{\theta}^2) = -k(l_1 - l_0) + k(l_2 - l_0)$$

avec $\left| \begin{array}{l} r_1 = O\Omega_1 = l_1 \\ \dot{\theta} = \dfrac{d\theta}{dt} = \omega = cte \end{array} \right.$

↳ $\ddot{l}_1 - l_1\omega^2 = -\dfrac{k}{m} l_1 + \dfrac{k}{m} l_2$

$$K = \frac{1}{\omega^2}\frac{k}{m} \longrightarrow \frac{k}{m} = K\omega^2$$

$$\boxed{\ddot{l}_1 + \omega^2(K-1)\,l_1 = K\omega^2 l_2} \quad (1)$$

$S\{\Omega_2, m\}$ ds le m̂ réf soumis à :

$\rightarrow m\vec{g}$, $\vec{R}'$ et $\vec{F}_{(2)\to n_2} = -k(l_2 - l_0)(\vec{e_x})$

$= -k(l_2 - l_0)\vec{e_2}$

PFD : $m\vec{a}_{n_2/R} = m\vec{g} + \vec{R}' + \vec{F}_{(2)\to n_2}$

$m(\ddot{r}_2 - r_2\dot{\theta}^2) = -k(l_2 - l_0)$

avec $\left| \begin{array}{l} r_2 = On_2 = l_1 + l_2 \\ \ddot{r}_2 = \ddot{l}_1 + \ddot{l}_2 \\ \dot{\theta} = \omega = cte \end{array} \right.$

$\rightarrow \ddot{l}_1 + \ddot{l}_2 - (l_1 + l_2)\omega^2 = -K\omega^2(l_2 - l_0)$ (2)

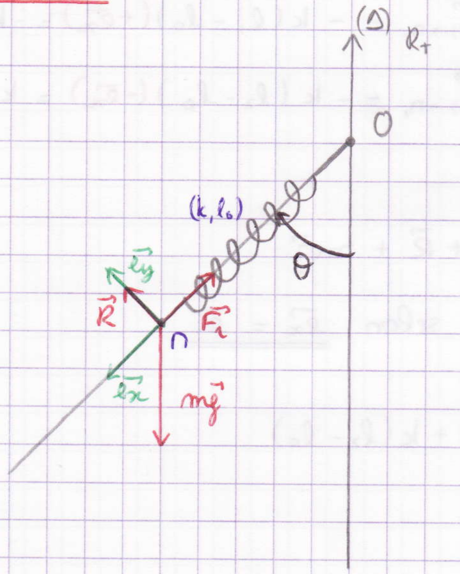
$\ddot{l}_1 + (K-1)l_1\omega^2 = K\omega^2 l_2$ (1)

(2) - (1) ... $\ddot{l}_2 - l_2\omega^2 - K_1\omega^2 l_1 = -2K\omega^2 l_2 + K\omega^2 l_0$

$\hookrightarrow$ $\boxed{\ddot{l}_2 + (2K-1)\omega^2 l_2 = K\omega^2(l_1 + l_0)}$ (3)

Ex n2.16.

1)



1) $S\{n, m\}$ ...

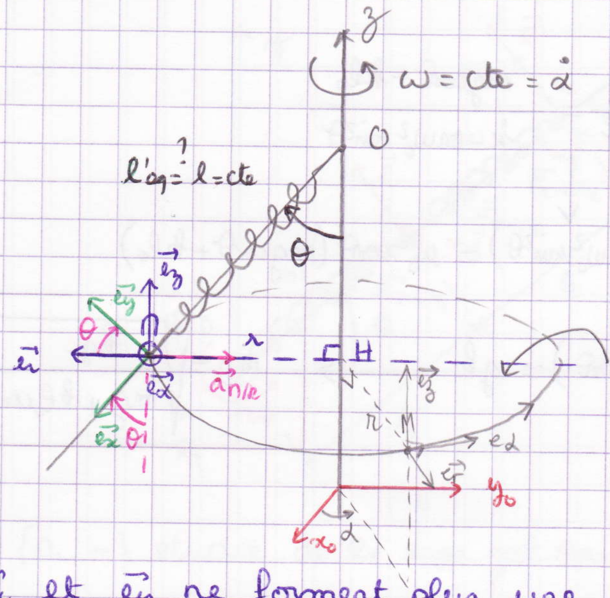
à l'équilibre ds R_T

$\cancel{m\vec{a}} = m\vec{g} + \vec{R} + \vec{F}_{r(eq)}$

$\rightarrow m\left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right. = \left| \begin{array}{l} mg\cos\theta \\ -mg\sin\theta \end{array} \right. + \left| \begin{array}{l} 0 \\ R_y \end{array} \right. + \left| \begin{array}{l} -k(l_{eq} - l_0) \\ 0 \end{array} \right.$

$\rightarrow$ en proj selon $\vec{e_x}$: $\boxed{l_{eq} = l_0 + \frac{mg\cos\theta}{k}}$

2) $\omega = cte \neq 0$



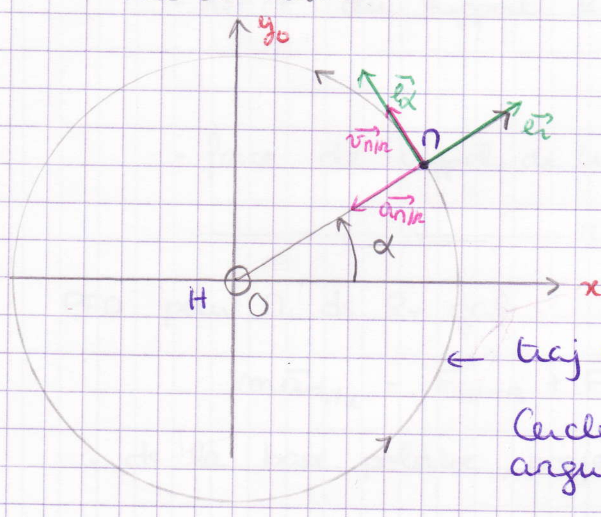
$\{M, m\}$ étudié dans R_T supposé galiléen est soumis à :

- son poids : $m\vec{g}$
- la force de rappel du ressort : $\vec{F_r} = -k(l - l_0)\vec{e_x}$
- la réaction du support : $\vec{R} \perp \vec{v}_{M/\mathcal{Z}}$ soit $\vec{R} \perp \vec{e_x}$ car la glissière $\mathcal{Z} = Ox$ n'exerce aucun frottement sur $\{M, m\}$

plan de la vue de dessus

$\vec{e_x}$ et $\vec{e_y}$ ne forment plus une base cartésienne car ils sont mobiles dans R_T.

Vue de dessus



$\vec{v}_{M/R} = r\dot{\alpha}\,\vec{e_\alpha} = r\omega\,\vec{e_\alpha}$

← traj de M ds R_T

Cercle de centre H, de rayon HM, de vitesse angulaire ω.

$HM = l'_{eq} \sin\theta$

2a) Accélération de M dans $R_T = R$: $\boxed{\vec{a}_{M/R} = -r\omega^2 \vec{e_r} = -l'_{eq} \sin\theta . \omega^2 (\sin\theta\, \vec{e_x} + \cos\theta\, \vec{e_y})}$

2b) PFD pour $\{M, m\}$ dans R_T galiléen :

$m\vec{a}_{M/R} = m\vec{g} + \vec{F'}_{r_{eq}} + \vec{R}$ soit

$$m(-l'_{eq}\sin\theta)\omega^2 \left|\begin{array}{l} \sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \end{array}\right._{(\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_\alpha})} = \left|\begin{array}{l} mg\cos\theta \\ -mg\sin\theta \\ 0 \end{array}\right. + \left|\begin{array}{l} -k(l'_{eq} - l_0) \\ 0 \\ 0 \end{array}\right. + \left|\begin{array}{l} 0 \\ R_y \\ R_\alpha \end{array}\right.$$

↳ en projection selon $\vec{e_x}$:

$-m l'_{eq} \sin^2\theta . \omega^2 = mg\cos\theta - k(l'_{eq} - l_0) \longrightarrow \boxed{l'_{eq} = \dfrac{mg\cos\theta + kl_0}{k - m\omega^2\sin^2\theta}}$

↳ en projection selon $\vec{e_\alpha}$: $R_\alpha = 0$

2c) ↳ en projection selon $\vec{e_y}$: $R_y = R = -m l'_{eq} \sin\theta\cos\theta . \omega^2 + mg\sin\theta$ $\boxed{\vec{R} = m\sin\theta(g - l'_{eq}\omega^2\cos\theta)\vec{e_y}}$

3) lorsque M est sur le point de ne plus être en contact avec la glissière $(\mathcal{C})$:

$\vec{R} = \vec{0}$ soit $g - l''_{eq}\,\omega_0^2 \cos\theta = 0$

$\hookrightarrow \quad l''_{eq} = \dfrac{g}{\omega_0^2 \cos\theta}$

Or $\boxed{l''_{eq} = \dfrac{mg\cos\theta + kl_0}{k - m\omega_0^2 \sin^2\theta}}$

$$\frac{g}{\omega_0^2 \cos\theta} = \frac{mg\cos\theta + kl_0}{k - m\omega_0^2 \sin^2\theta}$$

$$g(k - m\omega_0^2 \sin^2\theta) = \omega_0^2 \cos\theta\,(mg\cos\theta + kl_0)$$

$\hookrightarrow \quad \omega_0^2\left(mg\cos^2\theta + mg\sin^2\theta + kl_0\cos\theta\right) = gk \longrightarrow \boxed{\omega_0 = \sqrt{\dfrac{kg}{mg + kl_0\cos\theta}}}$