

EM4 (3)
04/06

$$(\vec{dl} \times \vec{e}_{PM}) \cdot \vec{e}_z = \begin{vmatrix} R d\phi \cos \alpha & 0 \\ 0 & R d\phi \sin \alpha \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = R \sin \alpha d\phi$$

$$B(z) = \oint \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R \sin \alpha d\phi}{PM^2} \quad \text{avec} \quad \sin \alpha = \frac{R}{PM} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R}{PM^2} \sin \alpha \oint d\phi$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R}{PM^2} \sin \alpha$$

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{PM^3} \cdot \vec{e}_z = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \vec{e}_z = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \vec{e}_z$$

$$B_{\max} = B(0) = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad \text{pour } z=0$$

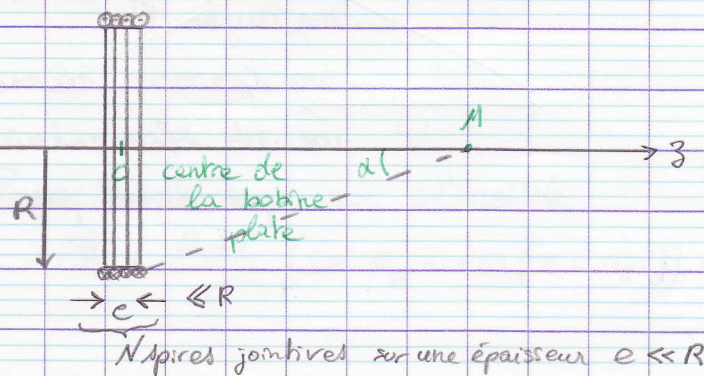
$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\vec{B}(M) = \sin^3 \alpha \vec{B}(0)$$

cf ex 29-30

RGE:

2°) Bobine plate circulaire



les spires sont toutes
"vues" par M sous
l'angle moyen α

$$\vec{B} = \vec{B}_{\text{bobine plate}}(M) \approx N \vec{B}_{\text{spire}}(M) = \frac{\mu_0 N I}{2R} \sin^3 \alpha \vec{e}_z$$

Thm de superposition

$$B_{\text{max}} = B(0) = \frac{\mu_0 N I}{2R}$$

$\forall M \in O_z$

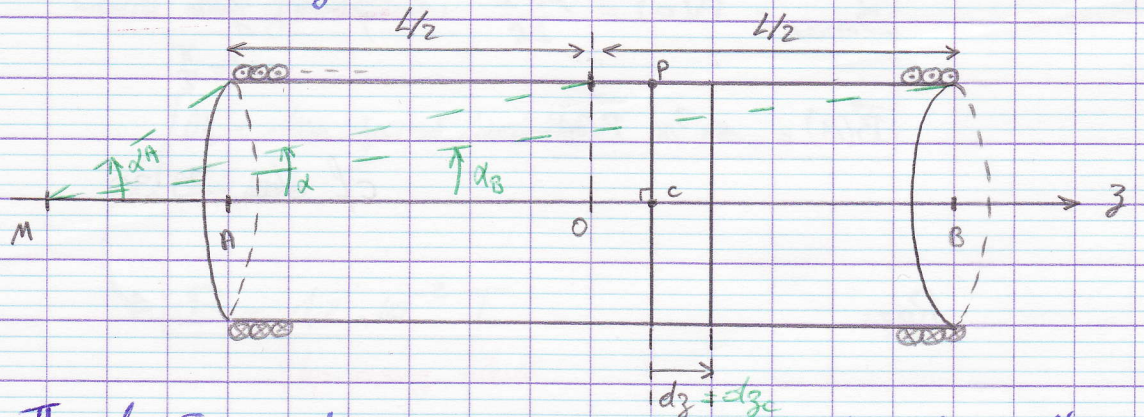
$$\vec{B} = \sin^3 \alpha \vec{B}(0)$$

cf doc 31a à 32b

3) Champ sur l'axe d'un solénoïde à spires jointives circulaires

L : longueur du solénoïde et N : nb total de spires

$n = \frac{N}{L} = \frac{dN}{dz}$ densité linéique (uniforme) de spires.



Thm de Superposition:

$$\vec{B}(M) = \int_{b_p} d\vec{B}(M)$$

$dz = dz_c$
épaisseur élémentaire d'une bobine plate vue sous l'angle α

\vec{B} est la somme des contribut^o élémentaires au chp \vec{B} dues aux bobines plates élémentaires vues sous l'angle $\alpha \in [\alpha_A, \alpha_B]$

- Chaque bobine plate a un axe Oz
- un rayon R
- une épaisseur élémentaire $dz > 0$
- un nb élémentaire dN de spires parcourues par I .

d'après 2°)

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 dN \cdot I}{2R} \sin^3 \alpha \vec{e}_z$$

comme

$$dN = n \cdot dz_c \quad \text{avec} \quad dz_c = d(\alpha c) = d(MO + \alpha R) = d(MC)$$

$$\cos \alpha = \frac{MC}{PM}$$

$$\sin \alpha = \frac{R}{PM}$$

$$\tan \alpha = \frac{R}{MC}$$

$$\rightarrow MC = R \cot \alpha$$

$$dz_c = dMC = d(R \cot \alpha)$$

$$= R d \cot \alpha$$

$$= R \frac{-d\alpha}{\sin^2 \alpha} > 0$$

$$\vec{B}(M) = \int d\vec{B}(M) = \int \frac{\mu_0 I}{2R} n dz_c \cdot \sin^3 \alpha \vec{e}_z$$

$$= \int \frac{\mu_0 I}{2R} n \left(-R \frac{d\alpha}{\sin^2 \alpha} \right) \sin^3 \alpha \vec{e}_z$$

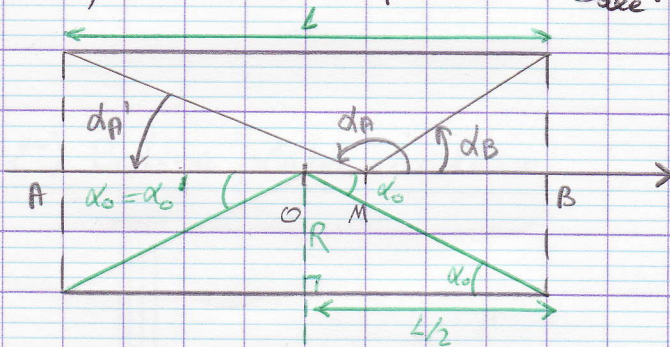
$$= \frac{\mu_0 n I}{2} \left(\int_{\alpha_A}^{\alpha_B} -\sin \alpha \frac{d\alpha}{\sin^2 \alpha} \right) \vec{e}_z$$

densité linéique
de spires (m^{-1})

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \alpha_B - \cos \alpha_A) \vec{e}_z$$

cf document 34.

le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde \vec{B}_{axe} est quasiment uniforme. $B_{axe}(M_{int}) \approx B_{axe}(o)$



Pour M intérieur au solénoïde :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \alpha_B - \cos(\pi - \alpha_A)) \vec{e}_z$$

$$\begin{aligned}\vec{B}(M) &= \frac{\mu_0 m I}{2} (\cos \alpha_B + \cos \alpha_{A'}) \vec{e}_z \\ &\approx \vec{B}(O) \\ &= \frac{\mu_0 m I}{2} (\cos \alpha_0 + \cos \alpha_0) \vec{e}_z\end{aligned}$$

$$\vec{B}(M) \approx \vec{B}(O) = \mu_0 m I \cos \alpha_0 \vec{e}_z \quad \text{avec} \quad \cos \alpha_0 = \frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{4}}}$$

4°) Solénoïde ∞ long

$$\alpha'_0, \alpha_0 \rightarrow 0$$

$$\vec{B}_{\text{axe}}(M) = \mu_0 m I \vec{e}_z$$

Ordre de grandeur:

$$\begin{cases} \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Vs/Am} \\ I = 10 \text{ A} \end{cases} \rightarrow \underline{B = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ T}}$$

Chp assez élevé