

EM3 ■ Théorème de Gauss

OBJECTIFS

→ Extraits du programme de PTSI.

■ Flux du champ électrostatique.

- On définit d'abord le flux élémentaire.
- Le symbolisme de l'intégrale de surface ne représente à ce stade que l'écriture d'une sommation.

■ Théorème de Gauss.

- La démonstration du théorème de Gauss et la notion d'angle solide sont hors programme.
- Propriété fondamentale, le théorème de Gauss est aussi un outil opérationnel permettant de calculer le champ électrostatique dans des situations de haute symétrie.
- Sur les deux exemples du fil rectiligne et du plan illimités et uniformément chargés, on montre la cohérence entre le passage à la limite et les résultats du théorème

de Gauss.

■ Modélisation du condensateur plan à l'aide de deux plans parallèles uniformément chargés.

- À l'aide de ce modèle, on justifie, dans le cadre restreint de l'électrostatique, la relation $q = Cu$ qui est utilisée dans le cours d'électrocinétique dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires.
- L'électrostatique des conducteurs est hors programme.

■ Analogie formelle avec le champ de gravitation

- Théorème de Gauss pour le champ de gravitation.
- Application : équivalence du champ de gravitation d'une distribution de masse à symétrie sphérique à celui d'une masse ponctuelle.

I Flux du champ électrostatique

I.1 Flux à travers une surface élémentaire

I.2 Flux à travers une surface

II Théorème de Gauss

II.1 Énoncé

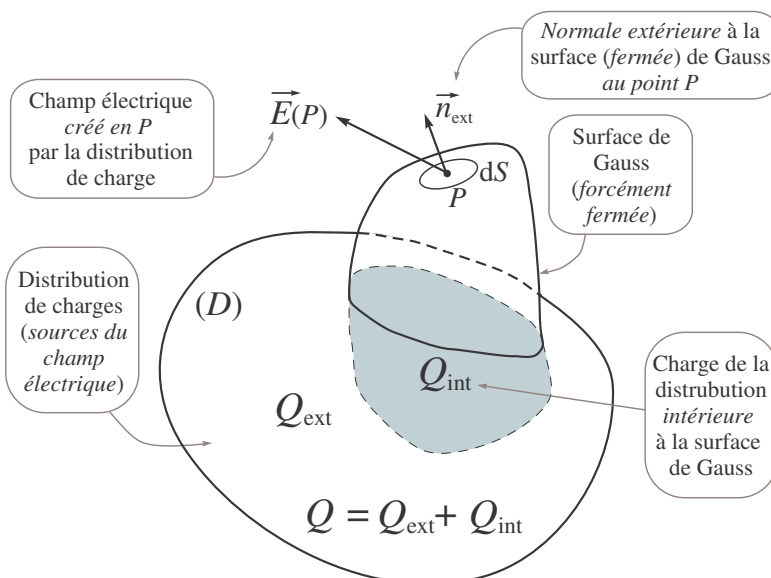
Théorème de Gauss :

Le flux du champ électrique
- créé par une distribution de charge \mathcal{D}
- à travers une surface fermée \mathcal{S}

est égal à :

- la charge « intérieure » de \mathcal{D} contenue dans cette surface
- divisée par ϵ_0 (permittivité diélectrique du vide) :

$$\oiint_{P \in \mathcal{S}} \vec{E}(P) \cdot d\mathcal{S} \cdot \vec{n}_{\text{ext}} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$



II.2 Conséquences sur théorème de Gauss

a Conservation du flux en dehors des sources

b Extrema de potentiel électrostatique

c Relation de passage à la traversée d'une surface chargée (H.P.)

$$\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$$