

$$\vec{E}(M_2) - \vec{E}(M_1) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$$

Relation de Passage

Il y a discontinuité de la composante normale du champ électrique à la traversée d'une surface chargée.

Il y a continuité tangentielle

III Utilisation du Théorème de Gauß pour le calcul de champs électrostatiques

Méthode: Le Th de Gauß sera utile lorsque $\vec{E}(M)$ (champ électrique) est "à symétries élevées" (bcp d'invariances et de symétries).

① Invariances et symétries

↳ en grande nombre

② Choix adapté de la surface de Gauß

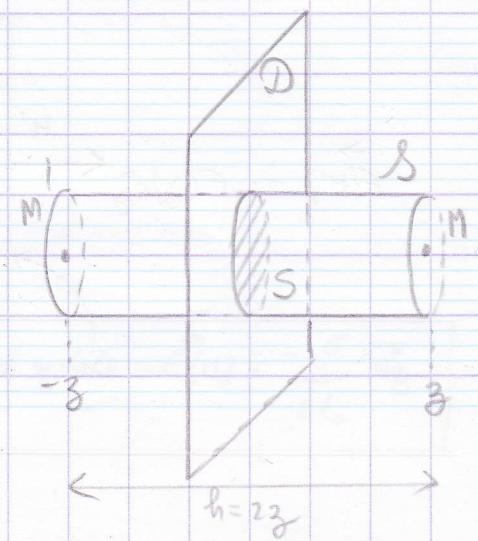
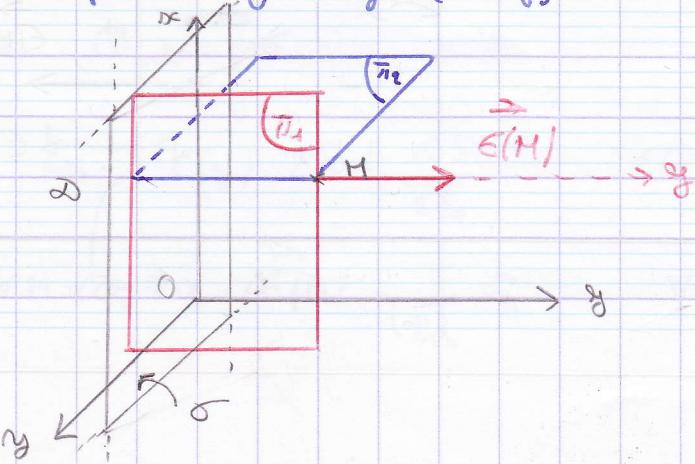
③ Théorème de Gauß

↳ $\vec{E}(M)$

[④ En déduire le potentiel]

1) Distribution à symétrie plane

2) Plan unif^t chargé (Oxy)



① On travaille en base cartésienne

ω est invariante à translation selon Ox ou Oy

$$\hookrightarrow \forall M \in E \quad \vec{E}(M) = \vec{E}(x, y, z) = \vec{E}(y) \quad (*)$$

$$\begin{aligned} (\bar{\pi}_1) &= (M, x, z) \\ (\bar{\pi}_2) &= (M, y, z) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{2 plans de symétrie de } \omega \text{ passant par } M \\ \text{et } \bar{\pi}_1 \cap \bar{\pi}_2 = \{M\} \end{array} \right.$$

$$\hookrightarrow \vec{E}(M) \subset (\bar{\pi}_1 \cap \bar{\pi}_2) = (M, y)$$

$$\forall M \in E \quad \vec{E}(M) = E(y) \hat{e}_y \quad (***)$$

$$\stackrel{d}{=} \begin{cases} (*) \\ (***) \end{cases}$$

$$\boxed{\vec{E}(M) = E(y) \hat{e}_y}$$

$$\forall M \in E$$

②

2

$$\begin{array}{c} M' \\ \longleftarrow \\ -H \\ \longleftarrow \\ \vec{E}(M') = \text{sym}_H(\vec{E}(M)) \\ = -\vec{E}(M) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} M \\ \longrightarrow \\ H \\ \longrightarrow \\ \vec{E}(M) \end{array}$$

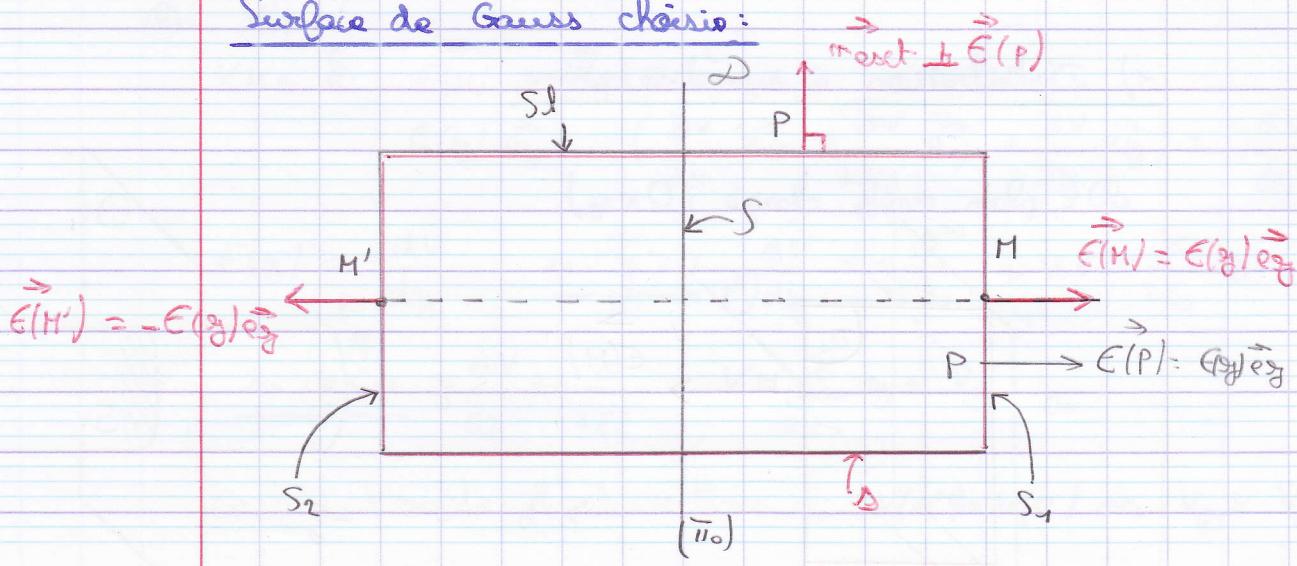
$(\bar{\pi}_0) = (0 \times y)$ est plan de symétrie des charges ω

$$\hookrightarrow \vec{E}(M) = E(-y) \hat{e}_y$$

$$= -\vec{E}(M) = -E(y) \hat{e}_y$$

$$\hookrightarrow |E(-y)| = -E(y)$$

Surface de Gauss choisie:



$$S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$$

surface de Gauss: un cylindre d'axe M_g

de sections S_1 centrée en M
avec M' symm. de M | S_2 " " $\approx M'$

③ Théorème de Gauss:

$$\oint_{PDS} \vec{E}(P) \cdot d\vec{S}_{\text{ext}} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\int_{S_1} \vec{E}(P) \cdot d\vec{S}_{\text{eg}} + \int_{S_2} \vec{E}(P) \cdot d\vec{S}_{\text{ext}} + \int_{S_2} \vec{E}(P) \cdot d\vec{S}_{(-\text{eg})} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$= 0$

or $\vec{E}(P) = E(g) \hat{e}_g + \vec{a}_{\text{ext}}$

$$\forall P \in S_1: \vec{E}(P) = E(g) \hat{e}_g$$

$$\forall P \in S_2: \vec{E}(P) = -E(g) \hat{e}_g$$

Le Th de Gauss devient

$$\int_{S_1} E(g) \hat{e}_g \cdot d\vec{S}_{\text{eg}} + 0 + \int_{S_2} -E(g) \hat{e}_g \cdot d\vec{S}_{(-\text{eg})} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$E(g) \int_{S_1} d\vec{S} + E(g) \int_{S_2} d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\begin{cases} E(g) \cdot 2S = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \\ S_1 = S_2 = S \end{cases}$$

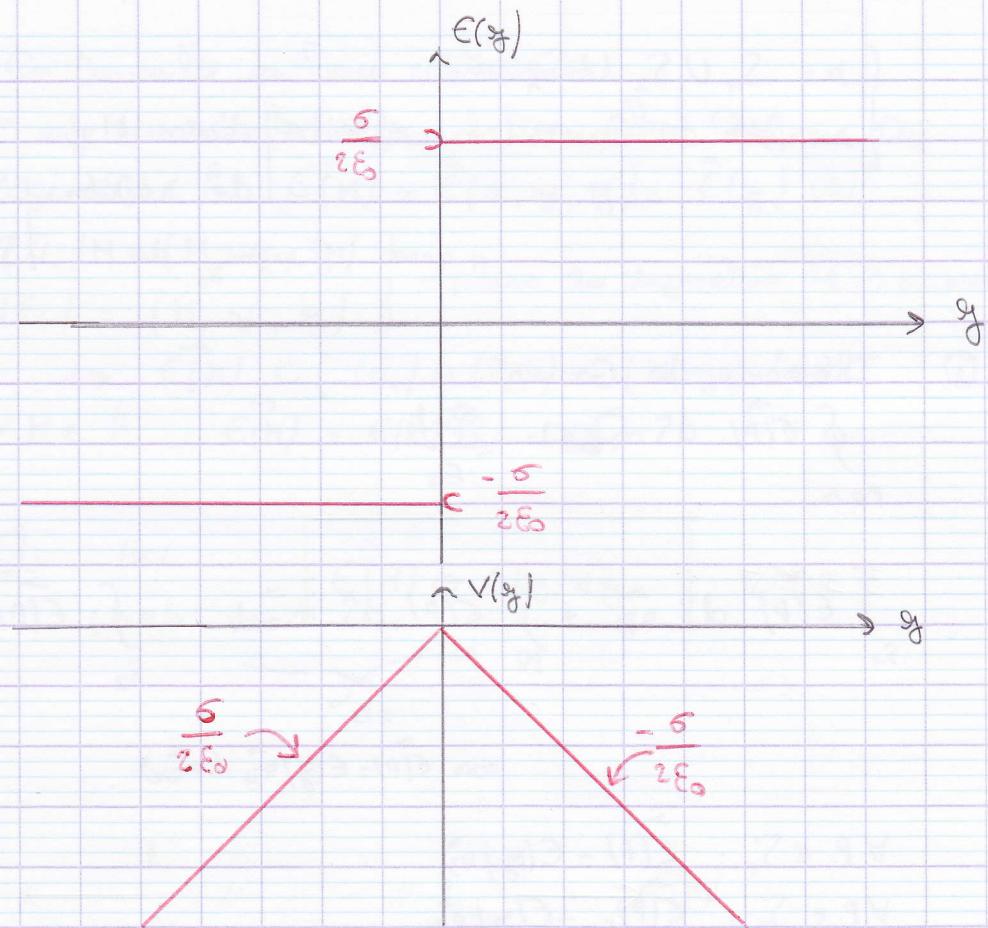
$$\text{or } Q_{\text{int}} = \sigma \cdot S$$

$$\hookrightarrow E(g) \cdot 2S = \frac{\sigma S}{2\epsilon_0}$$

$$E(g) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\forall M/g > 0 \quad \vec{E}(M) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{e}_g$$

$$\forall M/g < 0 \quad \vec{E}(M) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{e}_g$$



Propriété: On vérifie la relation de passage

$$\vec{E}(y=0^+) - \vec{E}(y=0^-) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{e}_y = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{e}_{1 \rightarrow 2}$$

④ $V(H)$?

$$\forall H \in \mathcal{E}: \vec{E}(H) = -\vec{\text{grad}} V$$

$$\vec{E}(y) \hat{e}_y = - \left(\frac{\partial V}{\partial x} \hat{e}_x + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{e}_y + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{e}_z \right) = - \frac{dV}{dy} \hat{e}_y$$

$$E(y) = - \frac{dV}{dy} \quad \text{si } y > 0 \quad \frac{dV}{dy} = - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \Rightarrow V = - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} y + V_0$$

$$\text{si } y < 0 \quad \frac{dV}{dy} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} y + V_0$$

Lorsque V est continue il est continu de $V(0^+) = V(0^-) \Leftrightarrow V_+ = V_-$