

T5

■ Machines thermiques

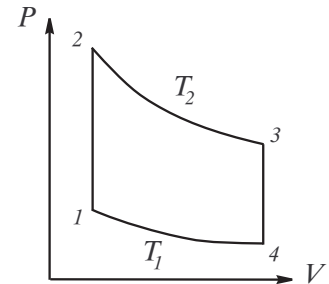
Ex-T5.1 Rendement du cycle Diesel

Établir le rendement du cycle Diesel affirmé en cours (T5-IV-5-c).

Ex-T5.2

Un fluide décrit le cycle réversible ci-contre dans le sens (1, 2, 3, 4, 1) ou dans le sens (1, 4, 3, 2, 1). Les transformations 1 → 2 et 3 → 4 sont des isochores et les transformations 2 → 3 et 4 → 1 sont des isothermes. Les pression, volume, température sont notés respectivement P , V , T .

Toute grandeur affectée d'un indice $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se rapportera respectivement aux points 1, 2, 3, 4 du diagramme.



1) Donner la signification de l'aire intérieure du cycle. Dans quel sens sera parcouru le cycle s'il est moteur ?

2) On note Q_{ij} et W_{ij} les chaleur et travail échangés par le fluide lors d'une transformation $i \rightarrow j$. Le fluide se comportant comme un gaz parfait, comparer :

$$Q_{23} \text{ et } W_{23}, Q_{41} \text{ et } W_{41}, W_{12} \text{ et } W_{34}, Q_{12} \text{ et } Q_{34}.$$

3) On étudie le cycle dans le sens moteur. En raison de la technologie du moteur, la seule chaleur réellement dépensée est celle qu'on fournit au fluide sur l'isotherme T_2 .

Écrire le rendement du moteur en fonction des Q_{ij} .

4) Le coefficient isentropique du gaz parfait est $\gamma = \frac{7}{5}$. On donne par ailleurs : $V_4 = 2V_1$, $T_1 = 300 \text{ K}$, $T_2 = 400 \text{ K}$ et $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$. Le cycle est parcouru par une mole de gaz parfait.

→ Calculer Q_{12} , Q_{23} et Q_{41} .

5) Exprimer le rendement en fonction de T_1 et T_2 et le calculer numériquement.

Rép : 3) $\rho = 1 + \frac{Q_{41}}{Q_{23}}$; 4) $Q_{12} = 2075 \text{ J} = -Q_{34}$; $Q_{23} = 22301 \text{ J}$; $Q_{41} = -1726 \text{ J}$.

Ex-T5.3 Moteur ditherme avec sources non idéales

Soit un moteur thermique réversible fonctionnant entre deux sources de même capacité $C = 4.10^6 \text{ J.K}^{-1}$ dont les température initiale sont respectivement $\theta_1 = 50^\circ\text{C}$ et $\theta_2 = 100^\circ\text{C}$.

Ces températures ne sont pas maintenues constantes.

1) Donner le schéma de principe de ce moteur, en indiquant clairement le sens des transferts thermique et de travail (on désigne par T la température de la source chaude et par T' la température de la source froide à un instant quelconque du fonctionnement du moteur).

2) Déterminer la température finale T_f des deux sources quand le moteur s'arrête de fonctionner.

3) Calculer le travail total fourni par ce moteur jusqu'à son arrêt. Vérifier et interpréter le signe.

4) Exprimer le rendement global; le comparer avec le rendement théorique maximal que l'on pourrait obtenir si les températures initiales des deux sources T_1 et T_2 restaient constantes.

Rép : 2) $T_f = 347 \text{ K} = 74^\circ\text{C}$; 3) $W = C(2\sqrt{T_1 T_2} - T_1 - T_2) = -7,2.10^6 \text{ J}$;

4) $\rho = \frac{T_1 + T_2 - 2\sqrt{T_1 T_2}}{T_2 - \sqrt{T_1 T_2}} = 7\%$; $\rho_C = 13,4$.

Ex-T5.4 Pompe à chaleur

Une pompe à chaleur dont le fonctionnement est supposé réversible échange de la chaleur avec deux sources : l'une est l'eau d'un lac dont la température est $T_0 = 280 \text{ K}$, l'autre est une masse $M = 1000 \text{ kg}$ thermiquement isolée dont la température initiale est $T_i = 293 \text{ K}$.

La capacité thermique massique à pression constante de l'eau est $c_P = 4,19.10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

Calculer, lorsque la masse M d'eau a atteint la température finale $T_f = 333 \text{ K}$:

- 1) les transferts thermiques machine-eau et machine-eau du lac ;
- 2) le travail absorbé par la pompe ;
- 3) la variation d'entropie de la source froide ;

4) le coefficient moyen de performance de la pompe à chaleur.

Rép : 1) $Q_F = T_0 M_{CP} \ln \frac{T_f}{T_i} = 150,1 \cdot 10^6 \text{ J}$; $Q_C = -167,6 \cdot 10^2 \text{ J}$;

2) $W = M_{CP} \left(T_f - T_i - T_0 \ln \frac{T_f}{T_i} \right)$; 3) $\Delta S_F = -M_{CP} \ln \frac{T_f}{T_i} = -536,2 \cdot 10^3 \text{ J.K}^{-1}$; 4) $e_{th} = 9,6$.

Ex-T5.5 Pompe à chaleur (2, **)

Une pompe à chaleur fait décrire des cycles réversibles à un fluide qui est le siège de transferts thermiques avec l'air extérieur comme source froide et de température constante T_e et avec la pièce de capacité thermique C considérée comme une source chaude de température évolutive que l'on note T . Le moteur affecté à cette pompe lui fournit une puissance moyenne \mathcal{P} .

1) La pièce est supposée être parfaitement isolée thermiquement et initialement aérée donc à température de l'air extérieur; on met en marche la pompe à chaleur à une date prise comme origine $t = 0$.

→ À l'aide des deux principes de la thermodynamique, exprimer la loi donnant l'évolution de la température de la pièce au cours du temps. Commenter.

AN : $T_e = 275 \text{ K}$, $\mathcal{P} = 300 \text{ W}$, $C = 4272 \text{ kJ.K}^{-1}$. Calculer la durée de fonctionnement de la pompe pour élever la température de la pièce de T_e à $T_i = 291 \text{ K}$.

2) En réalité, la machine n'est pas parfaite et les causes d'irréversibilité font que son rendement comparé à une machine idéale est $r = 0,6$.

→ En déduire, dans le cadre de l'application numérique précédente, le pourcentage de gain entre le chauffage par pompe à chaleur et le chauffage direct par résistance chauffante de même puissance $\mathcal{P} = 300 \text{ W}$. Interpréter.

3) Il est évident que le modèle précédent a ses limites et que l'isolation thermique de la pièce ne peut pas être parfaite. On considère alors que la pièce est le siège d'un transfert thermique vers l'extérieur caractérisé par la puissance de fuite :

$$\mathcal{P}_f = \frac{\delta Q}{dt} = -a C (T - T_e),$$

où a est une constante positive qui caractérise la déperdition.

La température de la pièce étant $T_i = 291 \text{ K}$ et la pompe étant arrêtée, on constate que la température baisse de $0,4 \text{ K}$ en une heure.

→ En déduire la valeur numérique de a .

4) Un thermostat est chargé de la régulation de l'installation : il déclenche la mise en marche de la pompe lorsque la température de la pièce est $T'_i = T_i - 0,2$ et stoppe le fonctionnement lorsque celle-ci est remontée à T_i .

→ Déterminer le temps de fonctionnement de la pompe (en tenant compte de son rendement réel) lors de chaque échauffement.

En déduire la consommation journalière en kWh pour l'entretien de la température.

Rép : 1) $C(T - T_e) - CT_e \ln \frac{T}{T_e} = \mathcal{P}.t$; $t = 1 \text{ h } 46 \text{ min } 22 \text{ s}$; 3) $a = \frac{1}{t} \ln \left(\frac{T_i - T_e}{T - T_e} \right) = 7,03 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$; 4) $W_p \sim 1,5 \text{ kW.h}$

Ex-T5.6 Turbomoteur

Un turbomoteur est constitué d'un compresseur, d'une chambre de combustion, d'une turbine à gaz et d'un échangeur thermique.

Dans l'état initial A , l'air considéré comme un gaz parfait est pris sous la température $T_0 = 290 \text{ K}$ et à la pression $P_0 = 1 \text{ bar}$ ($M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$; $\gamma = 1,4$).

On fait subir à une masse $m = 1 \text{ kg}$ un cycle dont on suppose toutes les transformations réversibles et qui se compose de différentes étapes :

- L'air est initialement comprimé isentropiquement de A à B où sa pression est P_1 . On note le taux de compression : $b = \frac{P_1}{P_0} = 5$.

- Le carburant est alors injecté dans l'air comprimé et la combustion se fait à pression constante dans la chambre de combustion ; le carburant introduit ne modifie pas sensiblement le nombre de moles du fluide qui décrit le cycle. $B \rightarrow C$ est une détente isobare.

- Les gaz à température élevée pénètrent dans la turbine où ils subissent une détente isentropique jusqu'à un état D caractérisé par P_0 .

- Enfin, ils sont soumis à un refroidissement isobare réversible dans un échangeur thermique jusqu'à retrouver leurs conditions physiques initiales.

1) Représenter les évolutions du gaz dans le diagramme de CLAPEYRON (P, V) et le diagramme (T, S). Justifier l'allure des portions de courbes introduites.

2) On donne $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$. Définir et déterminer le rendement de ce cycle en fonction de b et de γ .

3) Calculer la température maximale atteinte par les gaz de combustion sachant que $m_1 = 50 \text{ g}$ de carburant ont été injectés dans l'air et que le pouvoir calorifique de ce carburant est $q = 50\,000 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

Rép : **2)** $\rho = 1 - b^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 0,37$; **3)** $T_C \simeq 2951 \text{ K}$

Ex-T5.7 Cycle moteur

On fait décrire à une masse m d'air un cycle moteur composé des transformations réversibles suivantes :

- $A \rightarrow B$: compression isotherme, le fluide étant au contact de la source froide à la température T_2 , le taux de compression étant $a = \frac{V_A}{V_B} = 8$.

- $B \rightarrow C$: compression isochore, le taux de compression étant $b = \frac{P_C}{P_B} = 3$.

- $C \rightarrow D$: détente isotherme, le fluide étant au contact de la source chaude à la température T_1 , de façon que $V_D = V_A$.

- $D \rightarrow A$: détente isochore.

L'air se comporte comme un GP dont le rapport est $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1,4$.

1) Représenter le diagramme (P, V) de ce cycle moteur.

2) Déterminer littéralement les expressions des transferts thermiques lors de ce cycle ainsi que le travail global exécuté par le fluide.

3) Définir le rendement du cycle et l'exprimer en fonction de a , b et γ . Calculer numériquement ce rendement.

4) Montrer que le rendement du cycle de CARNOT est toujours supérieur à celui du cycle précédent, T_A étant la température de la source froide et T_C celle de la source chaude.

Ex-T5.8 Frigopompe

On considère une frigopompe utilisée pour maintenir un congélateur à la température constante $T_F = 253 \text{ K}$. La source chaude est l'atmosphère du local à la température $T_C = 295 \text{ K}$.

On modélise le fonctionnement de la frigopompe par le cycle suivant décrit par un gaz parfait monoatomique :

- transformation $1 \rightarrow 2$: compression isentropique de $P_1 = 1 \text{ bar}$, $T_1 = 243 \text{ K}$ à P_2 , $T_2 = 305 \text{ K}$;

- transformation $2 \rightarrow 3$: compression isotherme à la température T_2 jusqu'à la pression $P_3 = 3P_2$;

- transformation $3 \rightarrow 4$: détente isentropique jusqu'à P_4 , $T_4 = T_1 = 243 \text{ K}$;

- transformation $4 \rightarrow 1$: compression isotherme à la température T_4 jusqu'à la pression P_1 .

Donnée : $\gamma = 1,70$.

Au cours des transformations isothermes, la différence de température de 10 K entre le gaz et l'une ou l'autre des sources thermiques se produit dans les parois du récipient contenant le gaz et assurant le transfert thermique avec l'extérieur. On raisonnera sur n moles de gaz.

1) Représenter l'allure du cycle décrit par le gaz dans le diagramme de Clapeyron (P, V)¹. Faire figurer en pointillés sur ce diagramme les isothermes associées aux températures des sources thermiques.

2) En déduire le signe des chaleurs Q_C et Q_F transférées au gaz lors des transformations $2 \rightarrow 3$ et $4 \rightarrow 1$. Vérifier avec le résultat attendu.

1. L'énoncé en réalité aurait dû parler de diagramme de Watt

- 3) Calculer les pressions P_2 et P_4 .
- 4) Exprimer Q_C et Q_F .
- 5) Définir et calculer l'efficacité η de la frigopompe.
- 6) Calculer l'efficacité de Carnot η_C . Comparer à η et commenter.

Rép : 2) $\rho = 1 - b^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 0,37$; 3) $T_C \simeq 2951 \text{ K}$

Ex-9) Cycle ditherme à trois transformations

On dispose de deux sources thermiques, l'une à la température $T_F = 300 \text{ K}$ et l'autre à la température $T_C = 500 \text{ K}$. On considère une mole de gaz monoatomique à laquelle on fait décrire un cycle moteur ditherme comportant uniquement trois transformations :

- une isotherme réversible : transformation $1 \rightarrow 2$;
- une isobare : transformation $2 \rightarrow 3$;
- une détente isentropique : transformation $3 \rightarrow 1$.

La pression la plus élevée est $P_2 = 1,00 \text{ bar}$ et la pression la plus basse est $P_1 = 0,50 \text{ bar}$.

- 1) Proposer un cycle : le tracer dans le diagramme de « Clapeyron » (P, V).
- 2) Décrire les transferts thermiques entre le gaz et les sources. Justifier leur sens.
- 3) Calculer le rendement du moteur. Comparer au rendement de Carnot.

Rép : 3) $\eta = 1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot \frac{T_F}{T_3 - T_F} \cdot \ln 2 = 0,141$; $\eta_C = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 0,400 > \eta$



■ Sujets de concours

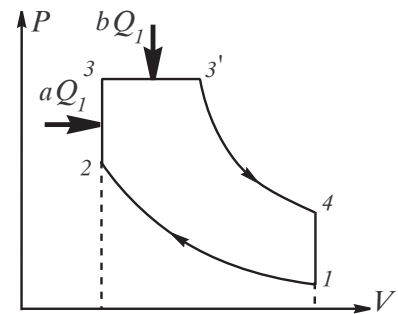
Ex-T5.10) Cycle Diesel amélioré (d'après ENSAM)

On considère un cycle théorique représentant l'évolution d'une masse de fluide entre la fermeture et l'ouverture des soupapes dans un diagramme (P, V).

Les évolutions $1 \rightarrow 2$ et $3' \rightarrow 4$ sont des adiabatiques réversibles.

L'apport de chaleur est fractionné en deux séquences : l'une à volume constant, l'autre à pression constante. $Q_1 = a Q_1 + b Q_1$, avec $a + b = 1$.

Le rejet de chaleur se fait exclusivement au cours de l'évolution $4 \rightarrow 1$.



1) Exprimer le rendement thermodynamique du cycle en fonction de $T_1, T_2, T_3, T_{3'}, T_4$ et γ .

2) On introduit les paramètres suivants : $\lambda = \frac{P_3}{P_2}$; $\tau = \frac{V_1}{V_2}$, $\alpha = \frac{T_3'}{T_1}$ et $\Delta = \frac{V_3'}{V_3}$ le taux (ou rapport) d'injection.

→ Calculer littéralement les températures $T_2, T_3, T_{3'}$ et T_4 en fonction de T_1 et de paramètres adimensionnels à choisir parmi τ, γ, λ et Δ .

3) En déduire l'expression du rendement η du cycle; $\eta = \eta(\tau, \gamma, \lambda, \Delta)$.

T5

Ex-T5.11 Puissance d'une machine thermique (d'après ENSAM 1999 Banque PT)

• On considère un cycle moteur fonctionnant entre deux sources T_C et T_F . La paroi du cylindre située entre le fluide et les sources assure la conduction thermique : la chaleur transférée au fluide à la température T pendant la durée dt par la source à la température T_s est égale à : $\delta Q_s = G(s-T).dt$, où G est une constante positive.

• Le cycle est le suivant (avec $T_f < T_1 < T_2 < T$) :

- isotherme $A \rightarrow B$ à température T_1 ;
- adiabatique réversible $B \rightarrow C$;
- détente isotherme $C \rightarrow D$ à température T_2 ;
- adiabatique réversible $D \rightarrow A$.

• On appelle Q_2 la chaleur fournie par la source chaude et Q_1 celle reçue par la source froide (sur un cycle).

1) Exprimer les durées t_1 et t_2 des transferts thermiques Q_1 et Q_2

2) Toutes les transformations étant mécaniquement réversibles, on peut donc écrire le travail élémentaire $\delta W = -P_{\text{ext}}.dV$ sous la forme : $\delta W = -P.dV$.

Justifier alors que $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$.

En déduire l'expression du rendement ρ . Les transformations sont-elles réversibles ?

3) Exprimer les chaleurs Q_1 et Q_2 en fonction du travail mécanique fourni sur un cycle W_m .

4) Exprimer la durée t_0 d'un cycle en fonction de W , T_1 , T_2 , T_C , T_F et G . La durée t_0 est la durée totale des transferts thermiques entre le fluide et les sources. On considérera que les transformations adiabatiques sont suffisamment rapides pour pouvoir négliger leur durée.

5) En déduire l'expression de la puissance \mathcal{P} du moteur.

6) On pose $x = \frac{T_2}{T_1}$ et $\theta = T_2 - T_1$. Exprimer $\frac{1}{\mathcal{P}}$ en fonction x , θ , G , T_C et T_F .

7) La fonction $\frac{1}{\mathcal{P}} = f(x, \theta)$ passe par un maximum pour $x = \sqrt{\frac{T_C}{T_F}}$ et $\theta = \frac{T_C - T_F}{2}$.

Exprimer la valeur maximale de \mathcal{P} et le rendement correspondant ρ_{max} .

8) On donne les caractéristiques de trois centrales électriques. Pour chacune d'elle, comparer le rendement expérimental au rendement prévu à la question 7) ainsi qu'au rendement de Carnot ρ_C .

Centrale	T_F	T_C	ρ
West Thurrock	300 K	840 K	0,36
Candu	300 K	570 K	0,30
Lardello	350 K	520 K	0,16

Rép : 4) $t_0 = t_1 + t_2 = \frac{W_m}{G.(T_2 - T_1)} \left[\frac{T_1}{T_1 - T_F} + \frac{T_2}{T_C - T_2} \right]$; 5) $\mathcal{P} = \frac{W_m}{t_0}$;

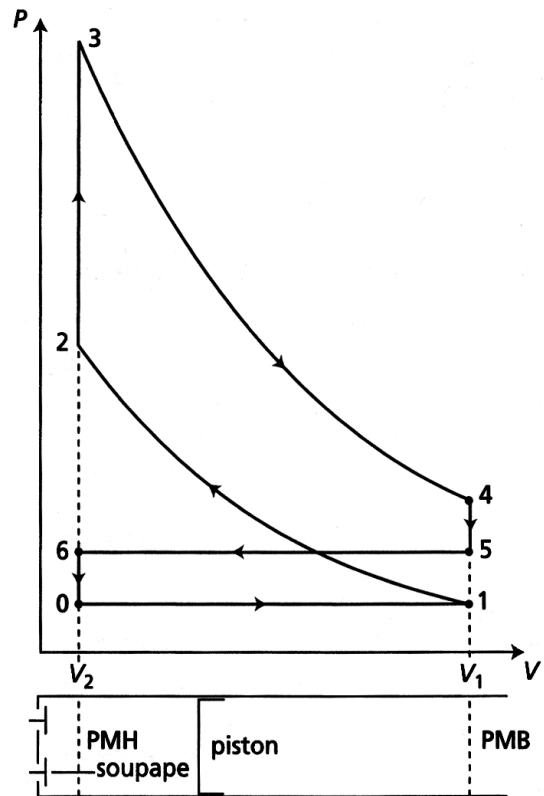
6) $\frac{1}{\mathcal{P}} = \frac{1}{G} \cdot \left(\frac{1}{\theta - T_F.(x-1)} + \frac{x}{T_C.(x-1) - x.\theta} \right)$; 7) $\rho_{\text{max}} = 1 - \sqrt{\frac{T_F}{T_C}}$

Ex-T5.12 Moteur à essence : cycle de beau de Rochas (d'après ENSAM 1999 Banque PT)

• Dans un moteur thermique, un piston se déplace dans un cylindre entre deux positions extrêmes : le point mort haut (noté PMH) et le point mort bas (noté PMB). Le volume balayé s'appelle la cylindrée (notée Cy). Le volume d'une même masse de fluide (pendant le temps de fermeture des soupapes) varie donc entre une valeur maximale V_1 et une valeur minimale V_2 (on a donc $V_1 - V_2 = \text{Cy}$). La régulation de la puissance d'un moteur à allumage commandé est effectuée en diminuant la pression et la quantité de mélange introduit dans le cylindre au moyen d'une vanne papillon.

• Le moteur est supposé constitué d'un seul cylindre. Le fonctionnement d'un moteur thermique quatre temps à allumage commandé, à admission partielle, peut se schématiser, en diagramme de Watt, par le cycle suivant :

- $0 \rightarrow 1$: soupape d'admission ouverte : admission, à pression constante, du mélange dans le cylindre (soupape d'échappement fermée) ;
- $1 \rightarrow 2$: fermeture de cette soupape : compression supposée adiabatique ;
- $2 \rightarrow 3$: allumage et combustion stoechiométrique instantanée apport de chaleur isochore ;
- $3 \rightarrow 4$: détente supposée adiabatique ;
- $4 \rightarrow 5$: ouverture de la soupape d'échappement : échappement des produits de combustion se détendent dans la conduite d'échappement) ;
- $5 \rightarrow 6$: balayage, à pression constante, du cylindre (le gaz d'échappement est repoussé vers l'extérieur lors de la remontée du piston) ;
- $6 \rightarrow 0$: fermeture de la soupape d'échappement : évolution des gaz résiduels supposée isochore (hypothèse simplificatrice).



• **Hypothèses :**

- Le fluide gazeux (mélange air-carburant, ou produits de combustion) en évolution dans le moteur est assimilé à de l'air, supposé se comporter comme un *gaz parfait* défini par sa capacité thermique massique à pression constante, notée c_P , et par sa capacité thermique massique à volume constant, notée c_V .
- Toutes les évolutions sont supposées *réversibles*.
- On raisonnera pour une masse unitaire de gaz située dans le cylindre (entre la fermeture et l'ouverture des soupapes évolution $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$).
- Les énergies cinétiques et potentielles seront négligées.

- **Définitions :** - *Pouvoir comburivore du carburant*, noté P_{Co} : c'est le rapport entre la masse d'air et celle de carburant lorsque la combustion est stoechiométrique.
- *Pouvoir calorifique inférieur du carburant*, noté P_{ci} : c'est la quantité de chaleur libérée par la combustion stoechiométrique (à volume constant) d'un kg de carburant.

• **Notations :**

- P_1 et T_1 : pression et température du gaz aspiré dans le cylindre.
- P_5 : pression d'échappement.
- $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$ et $r = c_P - c_V$.
- $\epsilon = \frac{V_1}{V_2}$ appelé taux volumétrique de compression ; $\lambda = \frac{P_3}{P_2}$ et $b = \frac{P_5}{P_1}$.

• **Étude des évolutions $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 3$ et $3 \rightarrow 4$ (soupapes fermées)**

- 1) Exprimer littéralement les températures T_2 , T_3 , T_4 et les pressions P_2 , P_3 , P_4 en fonction de T_1 , P_1 , ϵ , γ et λ .
- 2) Donner l'expression littérale des travaux massiques (w_{12} , w_{23} et w_{34}) et des quantités de chaleur massiques (q_{12} , q_{23} et q_{34}) échangés lors de ces trois évolutions. Ces quantités seront exprimées en fonction de T_1 , c_V , ϵ , γ et λ .

• **Étude de la combustion (supposée stœchiométrique)**

- 3.a) Exprimer littéralement la quantité de chaleur massique q_{23} en fonction de P_{ci} et P_{Co} . En déduire l'expression littérale de T_3 et λ en fonction de c_V , T_2 , P_{ci} et P_{Co} .
- 3.b) Application numérique : $T_1 = 293 \text{ K}$; $P_5 = 1 \text{ bar}$ (donc $P_1 = 0,5 \text{ bar}$) ; $\epsilon = 8$; $\gamma = 1,40$; $c_V = 713 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$; $P_{Co} = 15 \text{ kg d'air par kg de carburant}$ et $P_{ci} = 41\,500 \text{ kJ/kg de carburant}$. Calculer T_2 , P_2 , T_3 , λ , P_3 , T_4 et P_4 .

• **Étude des évolutions de transvasement ($0 \rightarrow 1$ et $5 \rightarrow 6$)**

4.a) Exprimer littéralement les travaux massiques w_{01} , w_{56} en fonction de T_1 , c_V , ϵ , γ et b .

4.b) Préciser la valeur numérique des travaux lors des évolutions $4 \rightarrow 5$ et $6 \rightarrow 0$.

• **Étude globale du cycle**

5.a) Exprimer littéralement le travail massique utile, noté w_u , fourni par le cycle (au fluide gazeux). Cette quantité sera exprimée en fonction de T_1 , c_V , ϵ , γ , λ et b .

5.b) En déduire l'expression littérale du rendement de ce cycle, noté ρ , en fonction de ϵ , γ , λ et b .

5.c) Application numérique : $b = 2$, $\epsilon = 8$, $\gamma = 1,40$ et λ calculé lors de la question 3.b).

• **Étude du cas particulier du cycle atmosphérique Beau de Rochas.**

Ce cycle est obtenu lorsque la pression d'admission est égale à la pression d'échappement : c'est-à-dire pour $b = 1$.

6.a) Donner l'expression littérale du rendement de ce cycle, ρ_0 , en fonction de ϵ et γ .

6.b) Application numérique : $\epsilon = 8$ et $\gamma = 1,40$.

• **Comparaison du cycle Beau de Rochas atmosphérique et celui à admission partielle.**

En réalité, nous étudions un moteur dont la cylindrée Cy est égale à 2 litres (on rappelle que $V_1 - V_2 = Cy$). On ne raisonne donc plus pour une masse unitaire de gaz. On supposera (hypothèse simplificatrice) que $T_0 = T_1$.

7.a) Pour chacun de ces cycles, donner l'expression littérale de la masse de gaz aspirée dans le cylindre en fonction de P_5 , T_1 , r , Cy et b . On notera M la masse aspirée lors du cycle à admission réduite et M_0 celle aspirée lors du cycle atmosphérique.

7.b) Application numérique : calculer M pour chaque cycle avec $P_5 = 1 \text{ bar}$, $T_1 = 293 \text{ K}$, $r = 285,2 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$, $Cy = 2 \text{ L}$ et $b = 2$.

7.c) On note w_u le travail utile massique pour le cycle à admission partielle et $w_{u,0}$ celui correspondant au cycle atmosphérique. Donner l'expression littérale du coefficient k ainsi défini :

$$k = \frac{M \cdot w_u}{M_0 \cdot w_{u,0}}. \text{ On exprimera } k \text{ en fonction de } \rho, \rho_0 \text{ et } b.$$

7.d) Application numérique : Calculer k avec $b = 2$, ρ et ρ_0 calculés précédemment.

7.e) Donner une signification au coefficient k .

Rép :

$$1) T_2 = T_1 \cdot \epsilon^{\gamma-1}; P_2 = P_1 \cdot \epsilon^\gamma; T_3 = \lambda \cdot T_1 \cdot \epsilon^{\gamma-1}; P_3 = \lambda \cdot P_1 \cdot \epsilon^\gamma; T_4 = \lambda \cdot T_1; P_4 = \lambda \cdot P_1;$$

$$2) w_{23} = 0; q_{12} = q_{34} = 0;$$

$$w_{12} = c_V \cdot T_1 (\epsilon^{\gamma-1} - 1); q_{23} = c_V \cdot T_1 \cdot \epsilon^{\gamma-1} (\lambda - 1); w_{34} = c_V \cdot \lambda \cdot T_1 (1 - \epsilon^{\gamma-1});$$

$$3.a) T_3 = T_2 + \frac{P_{ci}}{c_V(1 + P_{co})}; \lambda = 1 + \frac{P_{ci}}{T_2 \cdot c_V(1 + P_{co})};$$

$$3.b) T_3 = 673 \text{ K}; \lambda = 6,4;$$

$$4.a) w_{56} = b \cdot c_V \cdot (\gamma - 1) \cdot T_1 \cdot \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} = -b \cdot w_{01};$$

$$4.b) w_{45} = w_{60} = 0;$$

$$5.a) w_u = c_V T_1 [(\epsilon^{\gamma-1} - 1)(1 - \lambda) + (\gamma - 1) \cdot \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \cdot (b - 1)];$$

$$5.b) \rho = \frac{-w_u}{q_{23}} = 1 - \epsilon^{1-\gamma} - \frac{\gamma - 1}{\lambda - 1} \cdot \frac{\epsilon - 1}{\epsilon^\gamma} \cdot (b - 1);$$

$$6.a) \rho_0 = 1 - \epsilon^{1-\gamma};$$

$$6.b) \rho_0 = 0,56;$$

$$7.a) M_0 = \frac{P_5 \cdot Cy}{r \cdot T_1} = b \cdot M;$$

$$7.b) M = 1,2 \text{ g}; M_0 = 2,4 \text{ g};$$

$$7.c) k = \frac{1}{b} \cdot \frac{\rho}{\rho_0}.$$