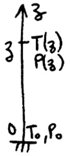
EXT2-5 : Ascension d'un ballon de volume constant

1) Atmosphère dont la température suit la loi : $T(z) = T_0(1 - az)$ avec l'altitude z.
On utilise les 2 relations liant P et ρ établies en cours :



Hyp du GP : $\rightarrow \quad \rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{P}{RT}\dfrac{M}{m} = \dfrac{PM}{RT} \qquad \boxed{\rho = \dfrac{PM}{RT}}$

RFSF : équilibre d'1 particule fluide à l'alt. z : $-\overrightarrow{\text{grad}}P + \rho\vec{g} = \vec{0} \rightarrow \boxed{\dfrac{dP}{dz} = -\rho g}$

d'où $\dfrac{dP}{dz} = -\dfrac{PMg}{RT}$ soit $\dfrac{dP}{P} = \dfrac{-Mg}{RT_0}\dfrac{dz}{1-az}$

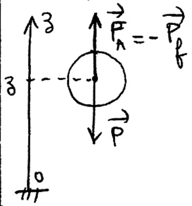
si $dz > 0$ alors $dP < 0$ et comme $\dfrac{-Mg}{RT_0} < 0$ ça signifie que $\dfrac{1}{1-az} > 0$

d'où, par intégration : $\displaystyle\int_{P_0}^{P(z)} \frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT_0}\int_0^z \frac{dz}{1-az} = -\frac{Mg}{RT_0}\left[-\frac{\ln(1-az)}{a}\right]_0^z$

$$\ln\frac{P}{P_0} = \frac{Mg}{aRT_0}\ln(1-az) = \ln\left[(1-az)^{\frac{Mg}{aRT_0}}\right]$$

$\rightarrow \boxed{P(z) = P_0\,(1-az)^{\frac{Mg}{aRT_0}}} \rightarrow \boxed{P(z) = P_0\,(1-az)^{K} \quad \text{avec } K \equiv \dfrac{M_{air}\,g}{aRT_0}}$

2) Le ballon s'élèvera tant que la poussée d'Archimède qui s'exerce sur lui de la part de l'air (dirigée vers le haut) est supérieure en norme à son poids.



Lorsque les 2 forces se compensent, il y a équilibre à l'altitude z cherchée :

A l'éq. : $\vec{F}_A + \vec{P} = \vec{0}$

$-m_f\vec{g} + m_{ballon}\vec{g} = \vec{0}$

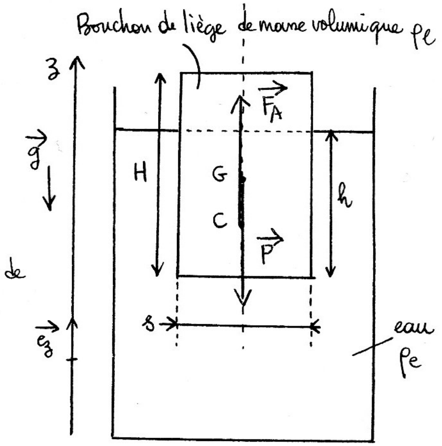
soit $m_{ballon} = m_f$ avec $\begin{cases} m_f = m_{air} = \rho(z)V \\ m_{ballon} = m + m(He) = m + n(He)M(He) = m + \dfrac{P_0 V}{RT_0}M(He) \end{cases}$

avec $\rho(z) = \dfrac{P(z)M_{air}}{RT(z)} = \dfrac{P_0(1-az)^K M_{air}}{RT_0(1-az)} = \dfrac{P_0 M_{air}}{RT_0}(1-az)^{K-1}$

d'où $m_{ballon} = m_f \Leftrightarrow m + \dfrac{P_0 M(He)}{RT_0}V = \dfrac{P_0 M_{air}}{RT_0}V(1-az)^{K-1}$

$(1-az)^{K-1} = \dfrac{RT_0\,m}{P_0 M_{air} V} + \dfrac{M(He)}{M_{air}} \rightarrow \boxed{z = \dfrac{1}{a}\left[1 - \left(\dfrac{RT_0\,m}{P_0 M_{air} V} + \dfrac{M(He)}{M_{air}}\right)^{\frac{1}{K-1}}\right] = 3\,580\,\text{m}}$

EXT2-10 Équilibre d'un Bouchon de liège



1) {Bouchon de liège} soumis ds R_T à son poids $\vec{P}$ et à la force d'Archimède $\vec{F}_A$.
A l'équilibre $\vec{0} = \vec{P} + \vec{F}_A$

soit : $P = F_A$

ie : $m_{bouchon}\,g = m_f\,g \Leftrightarrow m_{bouchon} = m_f \equiv$ masse de fluide déplacé.

soit : $\rho_l\, s \cdot H = \rho_e\, s\, h$

$\rightarrow \boxed{h = \dfrac{\rho_l}{\rho_e}H = 1{,}2\ \text{cm.}}$

2) {Bouchon + pièce} à l'équilibre ds R_T : $\vec{0} = \vec{F}_A' + \vec{P} + \vec{P}_{pièce}$

d'où : $(m_{bouchon} + m_{pièce})\,g = m_f\,g \Leftrightarrow (\rho_l s H + m) = \rho_e s h'$

d'où $\boxed{h' = \dfrac{\rho_l s H + m}{\rho_e s} = 4{,}2\ \text{cm}}$

3) Raisonnement identique à celui de la question 1) mais en remplaçant la masse volumique du liège par la masse volumique de la glace.

$h'' = \dfrac{\rho_{glace}}{\rho_{eau}}H = 4{,}6\ \text{cm}$ Si on pose une pièce sur le glaçon, il coule car

$F_A < P_{glaçon} + P_{pièce}$