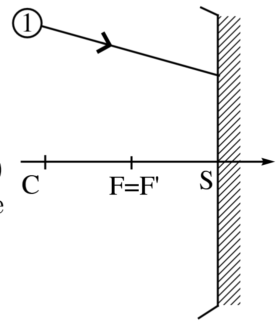
■ Miroirs sphériques

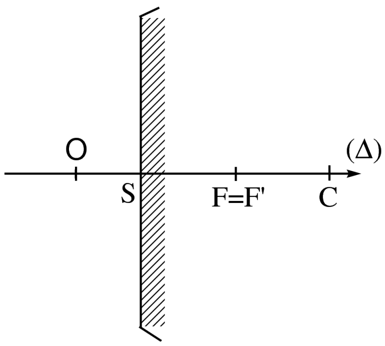
Ex-O3.1 Tracé de rayon pour un miroir concave



Compléter le tracé du rayon ① :

1) En utilisant des rayons parallèles à ① (deux méthodes)
2) En utilisant des rayons coupant ① le plan focal objet (deux méthodes)
3) En envisageant un objet AB fictif, judicieusement choisi, et son image $A'B'$.

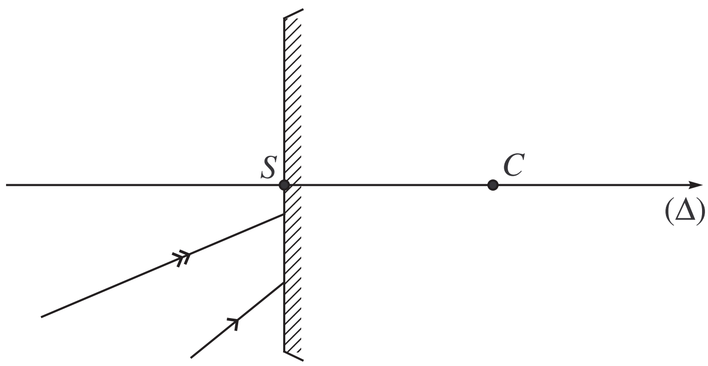
Ex-O3.2 Tracé d'image pour un miroir convexe



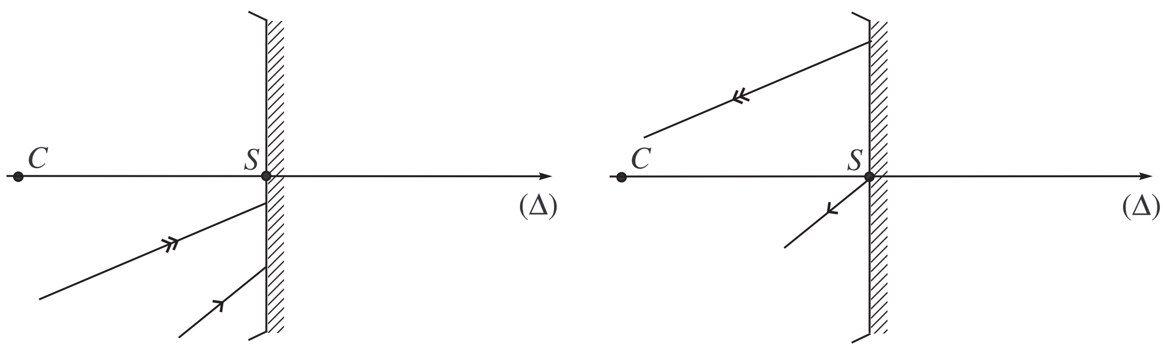
Soit un miroir convexe de rayon $\overline{SC} = +60\ cm$. Quelle est la position de l'image $A'B'$, sa nature et le grandissement transversal correspondant dans les deux cas suivants
1) l'objet AB est tel que $\overline{SA} = -30\ cm$
2) l'objet AB est tel que $\overline{SA} = +15\ cm$. Peut-on se servir de la question précédente pour éviter les calcul ?
3) Trouver la position de l'objet AB qui conduit à un grandissement transversal $G_t = -\dfrac{1}{2}$. Quelle est sa nature ?
✠ On fera une figure à l'échelle pour chacune des questions.
Rép : 1) $\overline{SA'} = +15\ cm$, $G_t = \dfrac{1}{2}$; **2)** $\overline{SA'} = -30\ cm$, $G_t = 2$; **3)** $\overline{SA} = +60\ cm$

Ex-O3.3 Pinceau lumineux sur un miroir

Reproduire les schémas suivants et répondre aux questions correspondantes.
1) Construire le pinceau lumineux réfléchi par le miroir sphérique convexe de sommet S et de centre C.



2) Même question avec un miroir sphérique concave de sommet S et de centre C.
3) Construire le pinceau lumineux incident correspondant au pinceau lumineux émergent du miroir de la question précédente.



Ex-O3.4 Petite cuillère

Un individu a son œil placé à $25\,cm$ du creux d'une petite cuillère considérée comme un miroir sphérique convergent.
1) Sachant que l'individu voit son œil inversé et réduit d'un facteur 9, calculer le rayon de courbure de la cuillère.
2) Quel est le grandissementde la nouvelle image si l'individu retourne la cuillère, tout en

conservant la même distance de 25 cm ?

Rép : 1) $\overline{SC} = -5\ cm$; **2)** $G_t = 9/100$

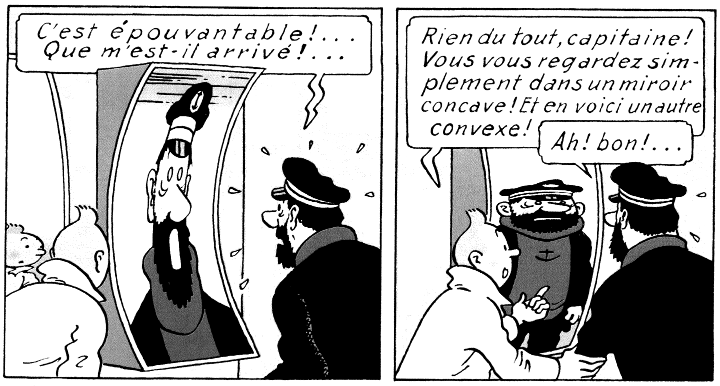
Ex-O3.5 Tintin et Haddock

Dans *Le Trésor de Rackham le Rouge*, Haddock découvre les lois de l'optique géométrique...

À l'aide de deux schémas, justifiez les explications de Tintin.

À travers quel miroir Haddock pourrait-il s'observer la tête en bas et les pieds en l'air ? Faire un schéma.

En considérant la case dessinée par Hergé, évaluer alors la focale du miroir correspondant.



Ex-O3.6 Autocollimation : On considère un miroir sphérique concave, de centre C et de rayon $R = \overline{SC} < 0$. Un objet transverse AB est placé avant le miroir, et celui-ci en fait une image $A'B'$.

1) Exprimer le grandissement $G_t = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ du miroir en fonction de la position de l'objet ($p = \overline{SA}$) et celle de l'image ($p' = \overline{SA'}$) sur l'axe optique.

2) On veut que l'image se forme dans le plan de l'objet. Quel est le grandissement du miroir ?

3) Quelle position particulière occupe alors l'objet ? En déduire une méthode de détermination expérimentale de la distance focale d'un miroir concave.

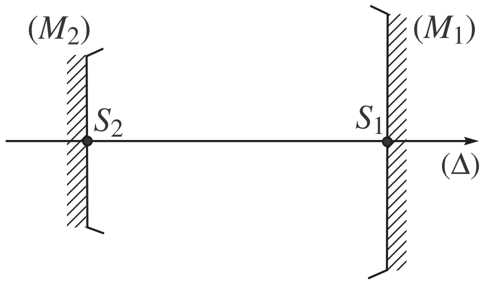
4) Cette méthode est-elle transposable au cas d'un miroir convexe ?

Rép : 1) ➜ Cf. Cours $G_t = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\dfrac{p'}{p}$; **2)** $A = A'$, donc $p = p'$ et $G_t = -1$;

3) En utilisant la relation de conjugaison avec origine au centre, on obtient : $A = C$; **4)** Pas de manière très pratique car l'objet doit être virtuel, et donc l'image aussi.

Ex-O3.7 Télescope à deux miroirs concaves

Un télescope est formé de deux miroirs sphériques de même axe optique. On cherche à obtenir la formation de l'image d'un astre par ce système dans le plan transverse passant par S_1. On note $R_1 = \overline{S_1C_1} = -16\ cm$. L'astre, en l'occurrence la Lune, est vu sous un angle $2\alpha = 0,5°$, symétriquement par rapport à l'axe optique.



1) Déterminer la position et le rayon du miroir $\mathcal{M}_2$ pour que l'image finale soit trois fois plus grande que l'image intermédiaire et renversée par rapport à cette dernière.

2) Représenter sur un schéma les rayons lumineux issus de la Lune et leur chemin dans le télescope. L'image finale est-elle droite ou renversée ?

3) Si l'on veut observer l'image donnée par le télescope directement à l'œil, il faut que l'image finale soit à l'infini pour que l'œil n'accommode pas. Où doit-on placer le miroir $\mathcal{M}_2$?

4) Dans le cas précédent, calculer le grossissement obtenu, rapport des angles sous lesquels la Lune est vue avec et sans télescope.

Rép :

1) $\overline{S_1S_2} = 12\ cm$ et $R_2 = \overline{S_2C_2} = 6\ cm$

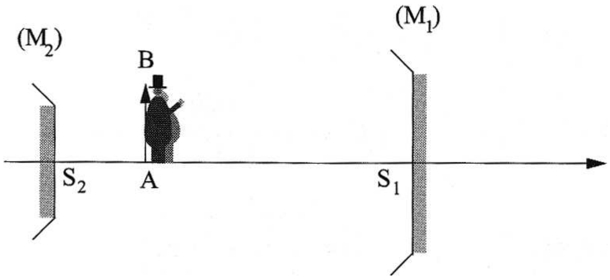
2) image droite ; **3)** $G = -\dfrac{8}{3}$

Ex-O3.8 Le portrait des Arnolfini

Selon des recherches récentes, les peintres du $XV^{\text{ème}}$ siècle seraient parvenus à un réalisme inégalé en projetant le sujet à peindre sur la toile. On suppose que Jan Van Eyck utilisa en 1434 un miroir concave $\mathcal{M}_1$ de sommet S_1 pour peindre le portrait de Giovanni Arnolfini et de sa femme.

Tableau de Van Eyck et détail du miroir du fond.

Les personnages (objet AB) sont projetés sur la toile à l'aide du miroir concave $\mathcal{M}_1$.



1) Sur la toile, les personnages mesurent $A_1B_1 = 64\ cm$ et mesuraient en réalité $AB = 1,60\ m$. Déterminer le grandissement G_{t1}.

2) Les règles de l'optique géométrique permettent de déterminer la position du miroir de projection ($S_1A = 3\ m$). Déterminer puis calculer la distance focale f_1 du miroir $\mathcal{M}_1$.

3) En déduire la position du chevalet S_1A_l.

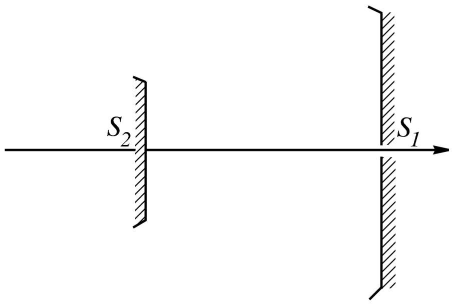
4) On étudie maintenant le miroir convexe $\mathcal{M}_2$ de sommet S_2 situé sur le mur du fond faisant l'image des personnages (objet AB), comme indiqué sur le schéma ci-dessous. Les personnages étant à une distance $S_2A = 2,5\ m$ du miroir et le miroir ayant un rayon de $R_2 = 36\ cm$, préciser la position et la taille de l'image de AB par le miroir $\mathcal{M}_2$ et les calculer.

5) Déterminer la position du chevalet S_1A_3 pour peindre l'image de AB par les miroirs $\mathcal{M}_2$ puis $\mathcal{M}_1$. Quelle est alors la taille de l'image $\overline{A_3B_3}$ sur la toile ?

Rép : 1) $G_{t_1} = -0,4$; **2)** $f_1 = 0,86\ m$; **3)** $\overline{S_1A_1} = -1,21\ m$
4) $\overline{A_2B_2} = 11\ cm$; **5)** $\overline{A_3B_3} = -2\ cm$

Ex-O3.9 Principe du télescope de Cassegrain (*)

Un miroir sphérique concave de sommet S_1 et de distance focale $f_1 = 100\ cm$, percé au voisinage du sommet et un petit miroir sphérique convexe, de sommet S_2 et de distance focale f_2 sont disposés de telle sorte que leur axe principal commun S_1S_2 soit aligné avec le centre du soleil. Sachant que le soleil est vu de la terre sous un angle $2\alpha = 10^{-2}\ rad$ et que le diamètre de son image, qui se forme en S$_1$, est $5\ cm$:



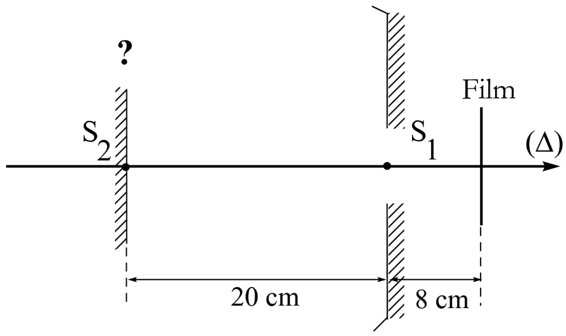
1) Étudier l'image intermédiaire du soleil donnée par le miroir concave supposé seul.

2) Représenter la marche des rayons provenant du disque solaire et se réfléchissant sur les 2 miroirs.

3) Calculer f_2 et $\overline{S_1S_2}$.

Ex-O3.10 **Téléobjectif à deux miroirs (*)**

Un téléobjectif est constitué de deux miroirs : un miroir concave $\mathcal{M}_1$ de $30\,cm$ de focale, percé d'un trou en son sommet S_1, et d'un miroir $\mathcal{M}_2$.



1) Quel doit être le rayon de courbure de $\mathcal{M}_2$ pour que l'image d'un objet placé à l'infini sur l'axe se forme sur le plan du film ?

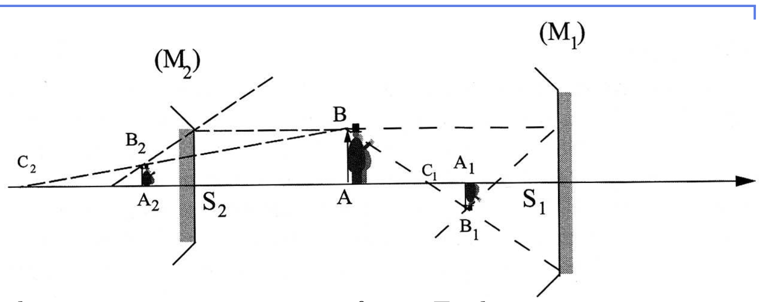
2) Quel doit être le diamètre d_2 de $\mathcal{M}_2$ pour que tous les rayons réfléchis par $\mathcal{M}_1$ de diamètre $d_1 = 10\ cm$ soient collectés par $\mathcal{M}_1$?

3) Quel doit être le diamètre d_3 du trou pour que les rayons atteignent le film ?

Solution Ex-O3.8

1) L'image est réelle puisqu'elle est projetée ; elle est éalement renversée et réduite :

$$G_{t1} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = -0,4$$



2) En utilisant la relation du grandissement avec origine au foyer F_1 du premier miroir, on obtient :

$$G_{t1} = \frac{\overline{F_1S_1}}{\overline{F_1A}} = \frac{-f_1}{-f_1 + \overline{S_1A}}$$

D'où : $\boxed{f_1 = \frac{G_{t1}}{G_{t1}-1}.\overline{S_1A} = -0,86\ m}$

3) On utilise la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{S_1A_1}} + \frac{1}{\overline{S_1A}} = \frac{2}{\overline{S_1C_1}} = \frac{1}{f_1}$$

On trouve : $\boxed{\overline{S_1A_1} = \frac{f_1.\overline{S_1A}}{\overline{S_1A} - f_1} = -1,21\ m}$

4) L'image A_2B_2 est virtuelle, droite et réduite. En utilisant la relation de conjugaison avec origine au sommet on trouve :

$$\frac{1}{\overline{S_2A_2}} + \frac{1}{\overline{S_2A}} = \frac{2}{\overline{S_2C_2}} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{S_2A_2} = \frac{\overline{S_2A}.\overline{S_2C_2}}{2.\overline{S_2A} - \overline{S_2C_2}} = -0,17\ m$$

Par définition : $G_{t2} = -\frac{\overline{S_2A_2}}{\overline{S_2A}} = 0,077$

D'où : $\boxed{\overline{A_2B_2} = G_{t2}.\overline{AB} = 11\ cm}$

5) En utilisant la relation de Chasles : $\overline{S_1S_2} == \overline{S_1A} + \overline{AS_2} = -5,5\ m$

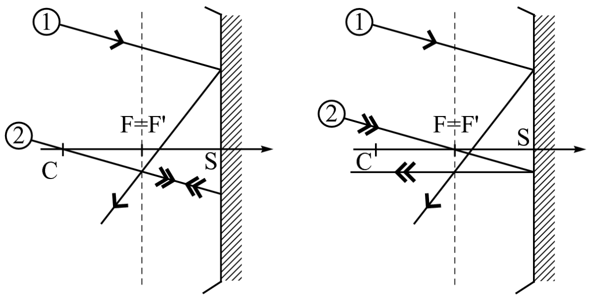
Toujours en appliquant la relation de conjugaison avec comme objet virtuel A_2B_2, on obtient, avec $\overline{S_1A_2} = \overline{S_1S_2} + \overline{S_2A_2} = -5,67\ m$: $\boxed{\overline{S_1A_3} = -1,01\ m}$

Comme $G_{t3} = -\frac{\overline{S_1A_3}}{\overline{S_1A_2}} = -0,18$, les personnages mesurent alors :

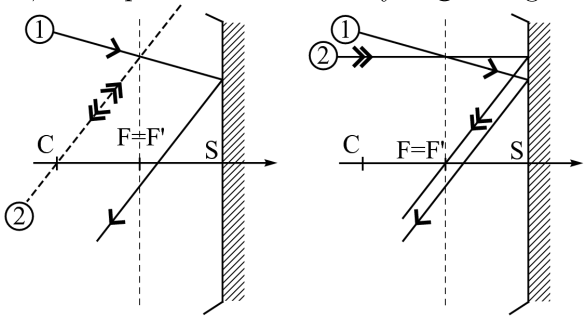
$$\boxed{\overline{A_3B_3} = -0,18 \times 11 = -2\ cm}$$

Solution Ex-O3.1

1) On trace un rayon ② parallèle à ① passant par C (il n'est pas dévié) ou par F (il émerge parallèlement à l'axe optique). Les deux rayons ① et ② incidents peuvent être supposés venir d'un objet ponctuel placé à l'infini dont l'image est un foyer image secondaire.

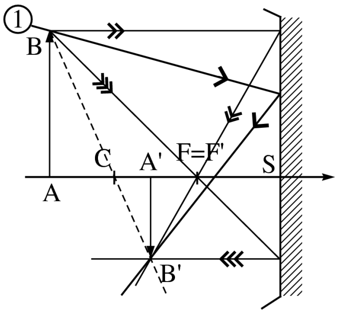


2) On trace un rayon ② incident venu de C et passant par l'intersection de ① avec le plan focal objet. Cette intersection peut être considérée comme un foyer objet secondaire dont l'image est à l'infinie. Les rayons émergents doivent donc être parallèles entre eux. Le rayon passant par C n'étant pas dévié, il indique la direction du rayon ① émergent.
On trace un rayon ② incident parallèle à l'axe optique passant par l'intersection de ① avec le plan focal objet. Cette intersection peut être considérée comme un foyer objet secondaire dont l'image est à l'infinie. Les rayons émergents doivent donc être parallèles entre eux. Le rayon ② émerge en passant par $F' = F$; il indique la direction du rayon ① émergent.



3) On imagine un objet AB dont l'extrémité B est traversée par ①.

On construit l'image $A'B'$ de AB en utilisant les rayons utiles issus de B et on complète ① sachant qu'il passe aussi par B'.



Solution Ex-O3.10

1) • $\boxed{A_\infty \xrightarrow{\mathcal{M}_1} F_1' = A' \xrightarrow{\mathcal{M}_2} A''_{\in \text{Film}}}$

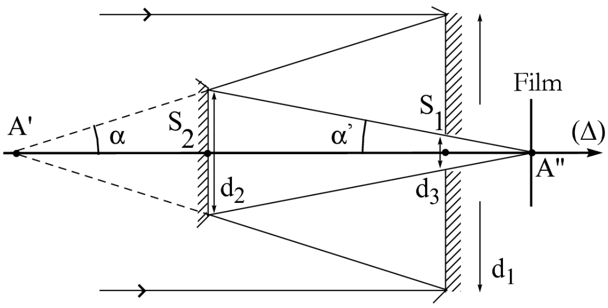
L'objet A_∞ est à l'infini, son image intermédiaire est au foyer de $\mathcal{M}_1$, soit : $\overline{S_1A'} = \overline{S_1F_1} = -30\,cm$, d'où : $p_2 = \overline{S_2A'} = \overline{S_2S_1} + \overline{S_1A'} = +20 - 30 = -10\,cm$.

De plus, comme A'', image de A' à travers $\mathcal{M}_2$, doit appartenir au film photographique, on a : $p_2' = \overline{S_2A''} = \overline{S_2S_1} + \overline{S_1A''} = +20 + 8 = +28\,cm$.

→ alors, en utilisant la relation de conjugaison pour $\mathcal{M}_2$ $\left(\dfrac{1}{p_2'} + \dfrac{1}{p_2} = \dfrac{1}{f_2} = \dfrac{2}{\overline{S_2C_2}}\right)$, on obtient :

$$\boxed{\overline{S_2C_2} = R_2 = 2\frac{p_2'\,p_2}{p_2' + p_2} = -31,1\,cm}$$

Rq : le miroir $\mathcal{M}_2$, pour la lumière incidente est un miroir concave (comme $\mathcal{M}_1$), mais c'est en tant que miroir convexe qu'il est utilisé puisqu'il agit sur les rayons réfléchis par $\mathcal{M}_1$!



2) Pour que tous les rayons réfléchis par $\mathcal{M}_1$ soient collectés, il faut qu'ils frappent tous $\mathcal{M}_2$ pour ensuite revenir sur $\mathcal{M}_1$. Pour cela, on doit avoir :

$$\tan\alpha = \frac{d_2}{2\,S_2A'} = \frac{d_1}{2\,S_1A'}$$

$$\Rightarrow \boxed{d_2 = d_1\frac{S_2A'}{S_1A'} = 10.\frac{10}{30} = 3,33\,cm}$$

3) Pour que tous les rayons atteignent le film, on doit avoir : $\tan\alpha' = \dfrac{d_2}{2\,S_2A''} = \dfrac{d_3}{2\,S_1A''}$

$$\Rightarrow \boxed{d_3 = d_2\frac{S_1A''}{S_2A''} = 3,3.\frac{8}{28} = 0,95\,cm}$$