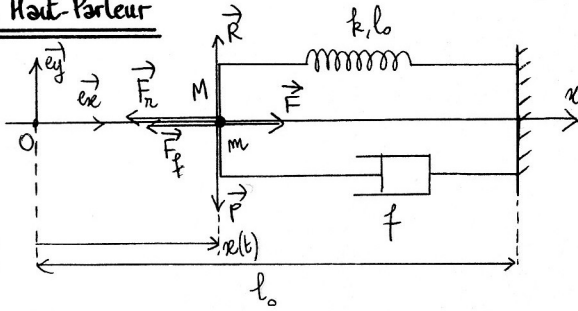


**EXMS.4** Modélisation d'un Haut-Parleur

1)  $\{M, m\}$

PFD:  $m\vec{a}_{M/R_0} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} + \vec{F}_r + \vec{F}_f$

$\vec{F} = K i(t) \vec{e}_x$   
 $\vec{F}_r = k(l-l_0) \vec{e}_x = -kx \vec{e}_x$   
 $\vec{F}_f = -f \dot{x} \vec{e}_x$



→ en projection selon  $\vec{e}_x$ :  $m\ddot{x} = K i(t) - kx - f\dot{x}$

d'où  $\ddot{x} + \frac{f}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = \frac{K}{m} I_m \cos \omega t$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  |  $Q = \frac{m\omega_0}{f} = \frac{\sqrt{km}}{f}$

2)

$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{K}{m} I_m \cos \omega t$

AN on veut  $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$  d'où  $f = \frac{\sqrt{km}}{Q} = \sqrt{2km} \approx 17,3 \text{ kg.s}^{-1}$

3)  $\begin{cases} x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi) \\ \underline{X} = X_m e^{j\varphi} \end{cases}$  passage en complexe  $\underline{X} (\omega_0^2 - \omega^2 + j \frac{\omega \omega_0}{Q}) = \frac{K I_m}{m}$

d'où  $\underline{X} = \frac{\frac{K I_m}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 + j \frac{\omega \omega_0}{Q}} = \frac{K I_m}{m \omega_0^2} \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q \omega_0}} = \frac{-j K I_m}{m \omega_0^2} \frac{1}{\frac{\omega}{\omega_0} + j(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1)}$

→  $X_m = \frac{K I_m}{m \omega_0^2} \frac{1}{\sqrt{(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1)^2 + \frac{1}{Q^2} \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}$  et  $\varphi = \arg \underline{X} = -\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1}{\frac{\omega}{Q \omega_0}}$   
 soit  $\varphi = -\frac{\pi}{2} - \arctan Q [\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}]$

AN:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \approx 1225 \text{ rad.s}^{-1}$  et  $\omega = 6280 \text{ rad.s}^{-1}$

⇒  $X_m = 0,5 \text{ mm}$  et  $\varphi = -164^\circ = -2,86 \text{ rad.}$

→  $x(t) = 0,5 \cdot 10^{-3} \cos(6280t - 2,86)$  (x en mètres)

4) Pour  $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$

on a:  $X_m = \frac{K I_m}{m \omega_0^2} \frac{1}{\sqrt{(\frac{\omega^2}{\omega_0^2})^2 - \frac{2\omega^2}{\omega_0^2} + 1 + \frac{2\omega^2}{\omega_0^2}}} \Rightarrow X_m = \frac{K I_m}{m \omega_0^2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}$

Il s'agit d'un filtre passe bas:

sa bande passante est  $[0, \omega_c]$

avec  $\omega_c$ , la pulsation de coupure pour laquelle:

$X_m = \frac{X_m(\max)}{\sqrt{2}}$

soit  $\omega_c = \omega_0$

