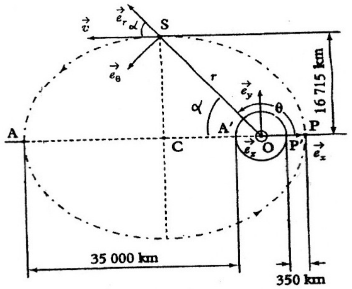
EXM6.4 Satellite



1) $\vec{L}_{O/R_g}(S) \equiv \vec{OS} \times m\vec{v}_{S/R_g}$

$= OS.\,m\,v.\,\sin\alpha\ \vec{e_z}$

Or $\sin\alpha = \dfrac{CS}{OS}$ ← OCS

$\hookrightarrow$ $\boxed{\vec{L}_{O/R_g}(S) = m v\, CS\ \vec{e_z} = L\,\vec{e_z}}$

Rque : on retrouve $\vec{L}_{O/R_g}(S) = m v a\ \vec{e_z}$ avec $a \equiv$ distance entre le centre de fce et le support de $\vec{v}_{M/R_g}$ pour un mvt plan (cf M6)

AN : $L = m v\, CS = 10^3 . \dfrac{14\,650}{3,6} . 16\,715.10^3$

⚠ $1t = 10^3\,kg$ et $1\,m.s^{-1} = 3,6\,km.h^{-1}$

$\hookrightarrow$ $\boxed{L \cong 6,8.\,10^{13}\ kg.m^2.s^{-1}}$

Rque : • $2a = CA + CP = AA' + 2R_T + P'P = 48\,150\ km \longrightarrow OC = a - PP' - R_T = 17\,325\,k$

• Thm de Pythagore : $OS = \sqrt{OC^2 + CS^2} = 24\,074\ km$

• $\tan\alpha = \dfrac{CS}{CO} \longrightarrow \alpha = \arctan\dfrac{CS}{CO} = 44°$

$\hookrightarrow$ $L = m v\, CS = OS\ m\ v\ \sin\alpha = 6,8.10^{13}\ kg.m^2.s^{-1}$ On retrouve le m̂ résultat bien sûr.

2) $\{S, m\}$ ds R_g soumis à $\vec{F} = -F\vec{e_r}$

Thm du moment cinétique en O : $\left(\dfrac{d\vec{L}_{O/R_g}(S)}{dt}\right)_{R_g} = \vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F}) = \vec{OS} \times \vec{F} = \vec{0}$

d'où $\vec{L}_{O/R_g}(S) = \vec{cte} = \vec{OS} \times m\vec{v}_{S/R_g} = m r^2\dot\theta\ \vec{e_z}$

d'où $L = cte = m r^2 \dot\theta = OS\ m\ v \sin\alpha$ où $\alpha = (\vec{OS}, \vec{v}_{S/R_g})$.

• Pour $\left.\begin{array}{l} S = A \\ S = P \end{array}\right\}$ $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ ⊗ $\rightarrow$ $L = OA\ m\ v_A = OP\ m\ v_P$

• d'où

$$\boxed{\begin{array}{l} v_A = \dfrac{L}{m\,OA} = \dfrac{L}{m\,(AA' + R_T)} = 1,6.10^3\ m.s^{-1} \simeq 5,9.10^3\ km.h^{-1} \\ \\ v_P = \dfrac{L}{m\,OP} = \dfrac{L}{m\,(R_T + P'P)} = 1,0.10^4\ m.s^{-1} \simeq 3,6.10^4\ km.h^{-1} \end{array}}$$

⊗ car r_A et r_P correspondent aux extrema de r → $\dot r = 0$ en θ_A et θ_P

→ $\vec{v} = \cancel{\dot r \vec{e_r}} + r\dot\theta\,\vec{e_\theta} \perp \vec{OM} = r\,\vec{e_r}$