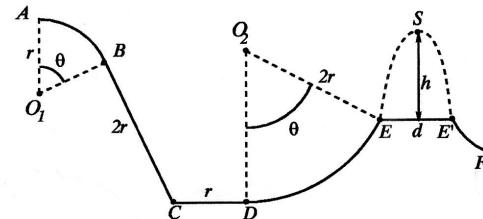
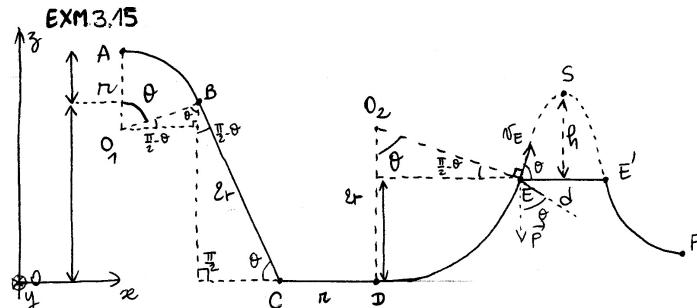


EXM3.15 Jeu d'enfant et petit chariot


Un jeu d'enfant comporte un chariot de masse $m = 200 \text{ g}$, de dimension négligeable, mobile sans frottements sur la piste dessinée ci-contre avec $r = 0,5 \text{ m}$ et $\theta = 60^\circ$. (AB et DE sont des portions de cercle; il n'y a pas de piste entre E et E'). On prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.



- 1) Le chariot a une vitesse nulle en A. Calculer ses vitesses en C, D et E ainsi que l'intensité de la force de réaction \vec{R} de la piste en C, D et E.
- 2) Montrer que le chariot quitte la piste entre A et B à partir d'un angle θ_0 à préciser.
- 3) En utilisant la conservation de l'énergie mécanique entre E et S, trouver une relation entre h et θ , puis calculer h .
- 4) Calculer la valeur de d minimale pour que le chariot retombe sur la piste en E' .



1) le chariot est soumis, lorsqu'il est sur la piste, à 2 forces; son poids \vec{mg} et la réacte normale à la piste (aucun frottement; $\rightarrow W_R = 0$ car $\vec{R} \perp \vec{v}$)

\rightarrow le Thm de l'E_k donne, ds le réf Terrestre (système Galiléen):

- entre A et C: $\frac{1}{2}m v_C^2 - 0 = W_R = -\Delta E_{P_g} = mg z_A - mg z_C$
 $= mg(r - r \cos \theta + 2r \sin \theta) - 0$

$$\rightarrow v_C = \sqrt{2g r (1 - \cos \theta + 2 \sin \theta)}$$

- entre C et D: $\frac{1}{2}m v_D^2 - \frac{1}{2}m v_C^2 = W_R = 0 \rightarrow v_D = v_C$

- entre D et E: $\frac{1}{2}m v_E^2 - \frac{1}{2}m v_D^2 = mg(z_D - z_E) = -mg 2r(1 - \cos \theta)$
 $\rightarrow v_E^2 = v_D^2 - 2gr 2(1 - \cos \theta)$
 $= 2gr(1 - \cos \theta + 2 \sin \theta) - 2gr(2 - 2 \cos \theta)$
 $= 2gr(-1 + \cos \theta + 2 \sin \theta)$

$$v_E = \sqrt{2gr(\cos \theta + 2 \sin \theta - 1)}$$

AN: $v_C = v_D = 4,72 \text{ m.s}^{-1}$ $v_E = 3,51 \text{ m.s}^{-1}$

La force de réacte s'obtient en projetant la PFD, appliquée ds R_T galiléen, selon la normale à la trajectoire: $\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N = \frac{d\vec{v}}{dt} \vec{T} + \frac{\vec{v}^2}{R_c} \vec{N}$ avec $\vec{T} =$

- entre C et D $v = \text{cte} \rightarrow$ accélération nulle: $\rightarrow 0 = -mg + R \rightarrow R_c = R_D = mg = 2N$

- en E: le rayon de courbure $R_E = 2r \rightarrow m \frac{v_E^2}{R_E} = R_E - mg \cos \theta$

$$R_E = \frac{mv_E^2}{2r} + mg \cos \theta = mg(-1 + \cos \theta + 2 \sin \theta) + mg \cos \theta$$

$$R_E = mg(2 \cos \theta + 2 \sin \theta - 1) = 3,46 \text{ N}$$

Thm de l'E_k entre A et A': $\frac{1}{2}m v_A'^2 - 0 = W_R + W_P = mg(z_A - z_{A'}) = mg r(1 - \cos \theta_0)$

$$\rightarrow v_A'^2 = 2gr(1 - \cos \theta_0)$$

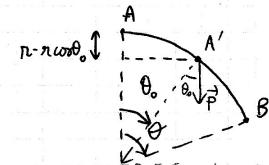
De plus, jusqu'à il y a décollage en A', la PFD

projette selon la normale en A' donne:

$$m \frac{v_A'^2}{R_c} = -\cancel{R} + mg \cos \theta_0$$

$$\cancel{m} \frac{2gr(1 - \cos \theta_0)}{R_c} = mg \cos \theta_0$$

$$\cos \theta_0 = \frac{2}{3} \rightarrow \theta_0 = \arccos \frac{2}{3} = 48^\circ < 60^\circ \rightarrow \boxed{\text{Il y a bien décollage de la piste avant B!}}$$



3) Entre E et E' l'énergie mécanique se conserve car le chariot n'est soumis qu'au poids qui est une force conservative.

$$E_m = E_k + E_p = \text{cte} = \frac{1}{2}mv_E^2 + mg z_E = \frac{1}{2}m v_s^2 + mg z_s$$

avec $v_s = \cancel{v_E} + v_{s2}$

PFD projeté selon \vec{e}_x entre E et E': $m a_x = 0 \rightarrow v_{sx} = \text{cte} = v_{Ex} = v_E \cos \theta$
 $z_s = z_E + h$

$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_E^2 + \cancel{mg z_E} = \frac{1}{2}m v_{sx}^2 \cos^2 \theta + \cancel{mg z_E} + mgh$$

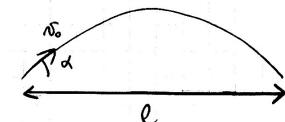
$$\rightarrow h = \frac{1}{2} \frac{v_E^2 \sin^2 \theta}{2g} = \frac{1}{2g} 2gr \sin^2 \theta (\cos \theta + 2 \sin \theta - 1)$$

$$h = r \sin^2 \theta (\cos \theta + 2 \sin \theta - 1) = 0,46 \text{ m}$$

4) La portée d'un projectile soumis uniquement à l'acte de son poids a été vue ds le cours et en exercice

$$l = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Ici: $d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = 1,07 \text{ m}$



2) Supposons que le chariot quille effectuer la piste entre A et B (en un point A' compris entre A et B). On le repère par $O_1 A' = r$ et $(O_1 A, O_1 A') = \theta_0 < \theta$