EXE5-11 : 1) Détermination des fonctions de transfert

Montage (1) : Thm de Millman :

$$\underline{v_-} = \frac{\frac{e_1}{R} + \frac{s_1}{\underline{Z_{eq}}}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{\underline{Z_{eq}}}} = v_+ = 0 \qquad \text{"}R // C\text{"} = \underline{Z}_{eq} = \frac{R \cdot \frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{R}{1 + jRC\omega}$$

(ou loi des noeuds en terme de potentiel appliqué en E_-)

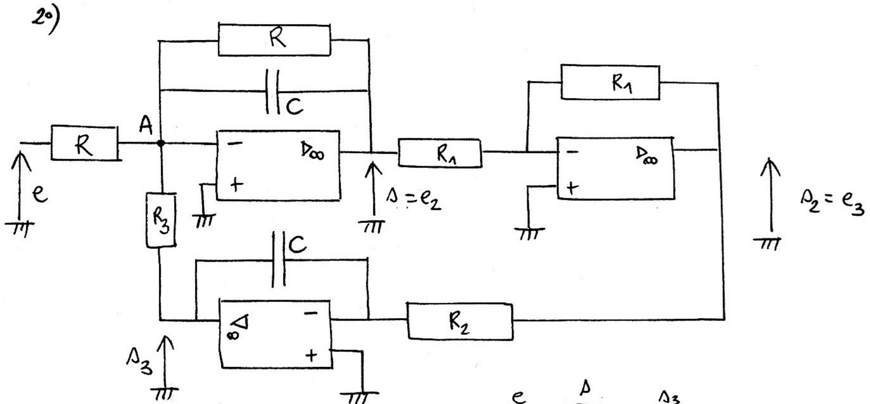
$$\rightarrow \frac{e_1}{R} + \frac{s_1}{R}(1 + jRC\omega) = 0 \qquad \boxed{\underline{H_1} = \frac{s_1}{e_1} = \frac{-1}{1 + jRC\omega}}$$

Montage (2) : Thm de Millman :

$$\underline{v_-} = \frac{\frac{e_2}{R_1} + \frac{s_2}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1}} = v_+ = 0 \rightarrow \boxed{\underline{H_2}(j\omega) = \frac{s_2}{e_2} = -1}$$

Montage (3) : Thm de Millman : $\underline{v_-} = \dfrac{\frac{e_3}{R_2} + s_3 jC\omega}{\frac{1}{R_2} + jC\omega} = v_+ = 0 \rightarrow \boxed{\underline{H_3}(j\omega) = \frac{s_3}{e_3} = \frac{-1}{jR_2C\omega}}$

2°)



Thm de Millman au noeud A : $\underline{v_A} = \dfrac{\frac{e}{R} + \frac{s}{\underline{Z_{eq}}} + \frac{s_3}{R_3}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{\underline{Z_{eq}}}} = \underline{v_-} = \underline{v_+} = 0$

$$\hookrightarrow \frac{e}{R} + \frac{s_3}{R_3} + \frac{s}{\underline{Z_{eq}}} = 0$$

$$\underline{s_3} = \underline{H_3}\,\underline{e_3} = \underline{H_3}\,\underline{s_2} = \underline{H_3}\cdot\underline{H_2}\,\underline{e_2} = \underline{H_3}\cdot\underline{H_2}\cdot\underline{s}$$

$$\rightarrow \frac{e}{R} + \left(\frac{H_3 H_2}{R_3} + \frac{1}{\underline{Z_{eq}}}\right)\underline{s} = 0$$

$$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = -\frac{1}{R}\,\frac{1}{\frac{H_3H_2}{R_3} + \frac{1}{\underline{Z_{eq}}}} = -\frac{1}{R}\,\frac{1}{\frac{-1}{jR_2C\omega}(-1)\frac{1}{R_3} + \frac{1+jRC\omega}{R}}$$

(*) $\underline{H}(\omega) = \dfrac{\underline{s}}{\underline{e}} = \dfrac{-1}{1 + jR\left(C\omega - \frac{1}{R_2R_3C\omega}\right)}$

3) Gain : $H(\omega) = \dfrac{1}{\sqrt{1 + R^2\left(C\omega - \frac{1}{R_2R_3C\omega}\right)^2}}$

Lorsque $H(\omega) = H_{max}$ soit $C\omega_0 - \dfrac{1}{R_2R_3\omega_0 C} = 0 \longrightarrow$ Pulsation de résonance $\omega = \omega_0$: $\omega_0^2 = \dfrac{1}{R_2R_3C^2}$ $\quad \boxed{\omega_0 = \frac{1}{C\sqrt{R_2R_3}}}$

$$\boxed{G_{dB} = +20\log H = -10\log\left[1 + \frac{R^2}{R_2R_3}\left(x - \frac{1}{x}\right)^2\right]}$$

avec $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$

Rque : (*) Par identification avec $\underline{H} = \dfrac{H_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$, on trouve ω_0 mais aussi $\begin{cases} Q = \dfrac{R}{\sqrt{R_2R_3}} \\ \underline{H_0} = -1 \end{cases}$

4°) $\lim\limits_{\omega \to 0} H = 0$ $\quad \lim\limits_{\omega \to \infty} H = 0$ et $H = H_{max}$ pour $\omega = \omega_0$ | avec $H_{max} = 1$ soit $G_{dB}(max) = 0$ dB

↳ Filtre passe bande d'ordre 2

- fréquences de coupure à -3dB : $-10\log\left[1 + \dfrac{R^2}{R_2R_3}\left(x - \dfrac{1}{x}\right)^2\right] = -3 = -10\log 2$

soit $1 + \dfrac{R^2}{R_2R_3}\left(x - \dfrac{1}{x}\right)^2 = 2 \iff \dfrac{R^2}{R_2R_3}\left(x - \dfrac{1}{x}\right)^2 = 1$

↳ 2 équations à résoudre : $\begin{cases} x - \dfrac{1}{x} = \dfrac{\sqrt{R_2R_3}}{R} & (2) \iff x^2 - \dfrac{\sqrt{R_2R_3}}{R}x - 1 = 0 \\ x - \dfrac{1}{x} = -\dfrac{\sqrt{R_2R_3}}{R} & (1) \iff x^2 + \dfrac{\sqrt{R_2R_3}}{R}x - 1 = 0 \end{cases}$

On cherche les racines positives $\begin{cases} x_1 = -\dfrac{\sqrt{R_2R_3}}{2R} + \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{R_2R_3}{R^2} + 4} \\ x_2 = +\dfrac{\sqrt{R_2R_3}}{2R} + \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{R_2R_3}{R^2} + 4} \end{cases}$

→ Bde passante $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \omega_0(x_2 - x_1) \rightarrow \boxed{\Delta\omega = \omega_0\frac{\sqrt{R_2R_3}}{R}}$

5.) Courbe de Gain :

- $\lim\limits_{\omega \to 0^+} G_{dB} \simeq 20\log x - 10\log\dfrac{R^2}{R_2R_3} \rightarrow -\infty$

$\lim\limits_{\omega \to \infty} G_{dB} \simeq -20\log x - 10\log\dfrac{R^2}{R_2R_3} \rightarrow -\infty$

$$\rightarrow \boxed{\begin{aligned} G_{dB}(ABF) &= 20\log x - 10\log\frac{R^2}{R_2R_3} \\ G_{dB}(AHF) &= -20\log x - 10\log\frac{R^2}{R_2R_3} \end{aligned}}$$