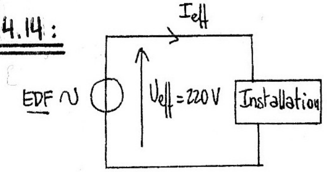
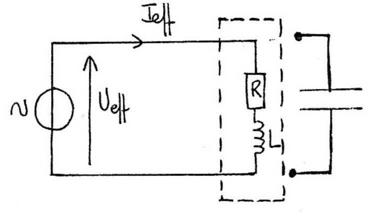
EXE 4.14 :





Condensateur pour élever $\cos\phi$ facteur de puissance

Installat° de type Inductif (Montage équivalent)

$\langle P \rangle = 12\,kW$

$U_{eff} = 220\,V$ $\quad I_{eff} = 80\,A$ $\quad f = 50\,Hz$

1) $\underline{Z} = R + jL\omega = \dfrac{\underline{U}}{\underline{I}} = |\underline{Z}|\, e^{j\phi}$

$\phi = \varphi_u - \varphi_i$

$\langle P \rangle = \langle u . i \rangle = U_m I_m \langle \cos\omega t \cos(\omega t - \phi) \rangle = \dfrac{U_m I_m}{2} \cos\phi = |\underline{Z}|\, I_m^2 \dfrac{\cos\phi}{2} = |\underline{Z}| \cos\phi\, I_{eff}^2$

$|\underline{Z}| = \dfrac{U_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$

$\cos\phi = \dfrac{Re(\underline{Z})}{|\underline{Z}|} \rightarrow \langle P \rangle = Re(\underline{Z})\, I_{eff}^2 = R\, I_{eff}^2 \Rightarrow \boxed{R = \dfrac{\langle P \rangle}{I_{eff}^2} = \dfrac{12.10^3}{80^2} \simeq 1{,}9\,\Omega}$

$\langle P \rangle = \dfrac{U_m I_m}{2} \cos\phi = \dfrac{2 U_{eff} I_{eff}}{2} \dfrac{Re(\underline{Z})}{|\underline{Z}|} = U_{eff} I_{eff} \dfrac{R}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$

$R^2 + L^2\omega^2 = \dfrac{U_{eff}^2 I_{eff}^2}{\langle P \rangle^2} R^2 \Rightarrow \boxed{L = \dfrac{1}{\omega} \sqrt{\dfrac{U_{eff}^2 . I_{eff}^2 R^2}{\langle P \rangle^2} - R^2} = \dfrac{1}{\omega} \sqrt{\dfrac{U_{eff}^2}{I_{eff}^2} - \dfrac{\langle P \rangle^2}{I_{eff}^4}} = 6{,}4\,mH}$

$\langle P \rangle = U_{eff} I_{eff} \cos\phi \rightarrow \boxed{\cos\phi = \dfrac{\langle P \rangle}{U_{eff} I_{eff}} = 0{,}68}$

2) EDF impose $\cos\phi \geq 0{,}9$

$\cos\phi = \cos(\varphi_u - \varphi_i) = \cos\left(\arg\left(\dfrac{\underline{U}}{\underline{I}}\right)\right) = \cos(\varphi_i - \varphi_u) = \cos\left(\arg \dfrac{\underline{I}}{\underline{U}}\right) = \cos(\arg \underline{Y})$

Définit° de l'admittance $\underline{Y} = \dfrac{\underline{I}}{\underline{U}}$

ASTUCE finalement $\cos\phi = \dfrac{Re(\underline{Y})}{|\underline{Y}|}$

Ici $\underline{Y}$ = admittance (C en // installat°) $= jC\omega + \dfrac{1}{R + jL\omega} = \dfrac{R - jL\omega}{R^2 + L^2\omega^2} + jC\omega = \dfrac{R}{R^2 + L^2\omega^2} + j\left(C\omega - \dfrac{L\omega}{R^2 + L^2\omega^2}\right)$

$\cos\phi = \dfrac{Re(\underline{Y})}{|\underline{Y}|} = \dfrac{R}{R^2 + L^2\omega^2} \dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{R}{R^2 + L^2\omega^2}\right)^2 + \left(C\omega - \dfrac{L\omega}{R^2 + L^2\omega^2}\right)^2}}$

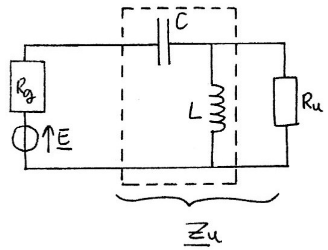
$\dfrac{1}{\cos^2\phi} = \dfrac{1}{\left(\dfrac{R}{R^2 + L^2\omega^2}\right)^2} \cdot \left[\left(\dfrac{R}{R^2 + L^2\omega^2}\right)^2 + \left(C\omega - \dfrac{L\omega}{R^2 + L^2\omega^2}\right)^2\right] = 1 + \left(C\omega \dfrac{R^2 + L^2\omega^2}{R} - \dfrac{L\omega}{R}\right)^2$

↳ $\boxed{C = \dfrac{R}{\omega(R^2 + L^2\omega^2)} \left[\pm \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2\phi} - 1} + \dfrac{L\omega}{R}\right]}$ $\quad$ AN : $C_{max} \simeq 1{,}23\,mF$ et $C_{min} = 0{,}46\,mF$

Ω ; s^{-1} ; Ω^2 ; sans unité ; sans unité (cf $Q = \dfrac{L\omega_0}{R}$ sans unité RLC série!

↳ $1F = 1 s . \Omega^{-1}$

EXE 4-15:



- En moyenne, $\langle P_C \rangle = \langle P_L \rangle = 0$ cf ES-V-5°
Donc toute la puissance transmise par le générateur à l'impédance $\underline{Z}_u$ est transmise en moyenne uniquement à R_u.
- Il y a transfert maximal de puissance à $\underline{Z}_u$ lorsque $\underline{Z}_u = \underline{Z}_g^* = R_g$

- Exprimons $\underline{Z}_u = \dfrac{1}{jC\omega} + (jL\omega \,//\, R_u)$

$= \dfrac{1}{jC\omega} + \dfrac{jLR_u\omega}{jL\omega + R_u} = -j\dfrac{1}{C\omega} + \dfrac{jLR_u\omega(R_u - jL\omega)}{R_u^2 + L^2\omega^2} = \dfrac{L^2 R_u \omega^2}{R_u^2 + L^2\omega^2} + j\left(\dfrac{LR_u^2\omega}{R_u^2 + L^2\omega^2} - \dfrac{1}{C\omega}\right)$

Pour avoir adaptat° d'impédance, il faut : $\begin{cases} ① \; \dfrac{L^2\omega^2}{R_u^2 + L^2\omega^2} R_u = R_g \\ ② \; \dfrac{LR_u^2\omega}{R_u^2 + L^2\omega^2} - \dfrac{1}{C\omega} = 0 \end{cases}$

on a $0 < \dfrac{L^2\omega^2}{R_u^2 + L^2\omega^2} < 1 \overset{①}{\Longrightarrow} \boxed{R_u > R_g}$

① $\Leftrightarrow L^2\omega^2 R_u = R_g R_u^2 + R_g L^2\omega^2 \Leftrightarrow L^2\omega^2(R_g - R_u) = -R_g R_u^2 \Rightarrow \boxed{L = \dfrac{R_u}{\omega}\sqrt{\dfrac{R_g}{R_u - R_g}}}$

② $\Rightarrow \dfrac{1}{C\omega} = \dfrac{L\omega}{R_u^2 + L^2\omega^2} R_u^2 \underset{①}{=} \dfrac{R_g}{L\omega} R_u$ d'où $C = \dfrac{L}{R_g R_u}$ $\quad \boxed{C = \dfrac{1}{\omega R_g}\sqrt{\dfrac{R_g}{R_u - R_g}}}$

Rque : lorsque $R_u < R_g$ → on utilise un quadripôle où les rôles de L et C sont échangés.