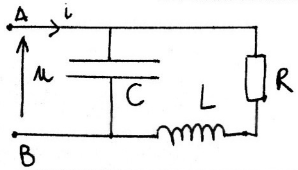
EXE 4.5 :

$$\boxed{\underline{Z} = Z e^{j\phi} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}}}$$

ⓐ



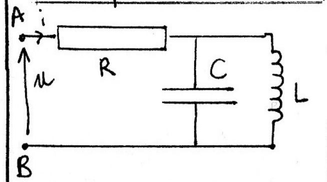
$$\underline{Y} = jC\omega + \frac{1}{R+jL\omega} = \frac{1-LC\omega^2+jRC\omega}{R+jL\omega} = \frac{1}{\underline{Z}}$$

$$\underline{Z} = \frac{R+jL\omega}{1-LC\omega^2+jRC\omega} = \frac{R+jL\omega}{jC\omega\left[R+j\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)\right]}$$

$$\boxed{Z = \sqrt{\frac{R^2+L^2\omega^2}{(1-LC\omega^2)^2+R^2C^2\omega^2}}}$$

$$\boxed{\phi = \arctan\frac{L\omega}{R} - \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{L\omega-\frac{1}{C\omega}}{R}\right)}$$

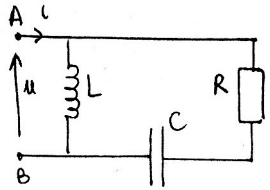
ⓑ



$$\underline{Z} = R + \frac{1}{jC\omega+\frac{1}{jL\omega}} = R + \frac{jL\omega}{1-LC\omega^2}$$

$$\boxed{Z = R^2+\left(\frac{L\omega}{1-LC\omega^2}\right)^2} \quad \boxed{\phi = \arctan\frac{L\omega}{R(1-LC\omega^2)}}$$

ⓒ



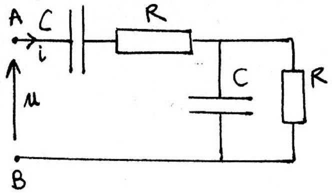
$$\underline{Z} = \frac{jL\omega\left(R+\frac{1}{jC\omega}\right)}{jL\omega+R+\frac{1}{jC\omega}} = \frac{jL\omega\,(1+jRC\omega)}{1-LC\omega^2+jRC\omega} \quad (*)$$

$$\underline{Z} = \frac{\cancel{j}L\cancel{\omega}(1+jRC\omega)}{\cancel{j}C\cancel{\omega}\left(R+j\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)\right)} = \frac{L}{C}\,\frac{1+jRC\omega}{R+j\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)} \quad (**)$$

$(*) \rightarrow$ $\boxed{Z = L\omega\sqrt{\frac{1+R^2C^2\omega^2}{(1-LC\omega^2)^2+R^2C^2\omega^2}}}$

$(**) \rightarrow$ $\boxed{\phi = \arctan RC\omega - \arctan\left(\frac{L\omega-\frac{1}{C\omega}}{R}\right)}$

ⓓ



$$\underline{Z} = R + \frac{1}{jC\omega} + \frac{R\cdot\frac{1}{jC\omega}}{R+\frac{1}{jC\omega}} = R + \frac{1}{jC\omega} + \frac{R}{1+jRC\omega}$$

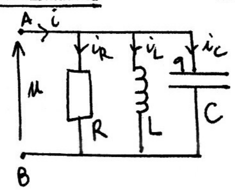
$$= \frac{jRC\omega\,(1+jRC\omega) + 1+jRC\omega + jRC\omega}{jC\omega\,(1+jRC\omega)}$$

$$= \underset{\uparrow (*)}{\frac{1-R^2C^2\omega^2+j3RC\omega}{jC\omega\,(1+jRC\omega)}} \underset{\uparrow (**)}{=} R\,\frac{3+j\left(RC\omega-\frac{1}{RC\omega}\right)}{1+jRC\omega}$$

$(*) \rightarrow$ $\boxed{Z = \frac{1}{C\omega}\sqrt{\frac{(1-R^2C^2\omega^2)^2+9R^2C^2\omega^2}{1+R^2C^2\omega^2}}}$

$(**) \rightarrow$ $\boxed{\phi = \arctan\left[\frac{1}{3}\left(RC\omega-\frac{1}{RC\omega}\right)\right] - \arctan RC\omega}$

EXE 4.6 :



$\underline{i} = I_0 e^{j\omega t} = \underline{I}\, e^{j\omega t}$ avec $\underline{I} = I_0$

$\hookrightarrow$ $\underline{u} = \underline{U}\, e^{j\omega t}$ avec $\underline{U} = U_0 e^{j\varphi_u}$

$$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}} \quad \text{avec} \quad \underline{Y} = jC\omega + \frac{1}{jL\omega} + \frac{1}{R} = \frac{jR\left(C\omega-\frac{1}{L\omega}\right)+1}{R}$$

$$\underline{Z} = \frac{R}{1+jR\left(C\omega-\frac{1}{L\omega}\right)}$$

La pulsat° propre est obtenue en annulant la partie imaginaire de $\underline{Z}$, soit :

$C\omega_0 - \frac{1}{L\omega_0} = 0$ d'où $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

On pose la pulsation réduite $x \equiv \frac{\omega}{\omega_0}$ } alors $\underline{Z} = \frac{R}{1+jR\left(C\omega_0 x - \frac{1}{L\omega_0 x}\right)}$

Pour faire apparaître Q, il faut écrire l'équa diff vérifiée par u :

loi des noeuds : $i = i_R + i_L + i_C$

$\frac{d}{dt}$: $\frac{di}{dt} = \frac{di_R}{dt} + \frac{di_L}{dt} + \frac{di_C}{dt}$ avec $u = \begin{cases} u_R = R i_R \\ u_L = L\frac{di_L}{dt} \\ u_C = \frac{q}{C} \end{cases}$ or $i_C = \frac{dq}{dt}$

d'où $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{du}{dt} + \frac{1}{LC}u = \frac{1}{C}\frac{di}{dt}$

de la forme : $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q'}\frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = \frac{1}{C}\frac{di}{dt}$ avec $\begin{cases} \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ Q' \equiv RC\omega_0 = \frac{R}{L\omega_0} \\ \alpha' = \frac{1}{2Q'} = \frac{1}{2RC\omega_0}. \end{cases}$

d'où $\underline{Z} = \frac{R}{1+jQ'\left(x-\frac{1}{x}\right)} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$

Soit $U_m = \frac{R I_m}{\sqrt{1+Q'^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}}$ expression qui admet bien un maximum pour $x=1$, soit pour $\omega=\omega_0$ $\forall Q$.

Ainsi il y a bien une résonance en tension u aux bornes d'1 circuit RLC parallèle qui s'étudie de manière semblable à la résonance en courant i à travers un RLC série (Cours !)