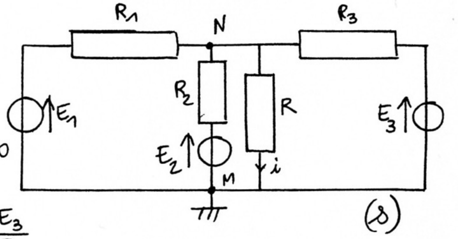
EXE2.12 Théorème de Millman



1) LNTP en N en prenant M comme masse :

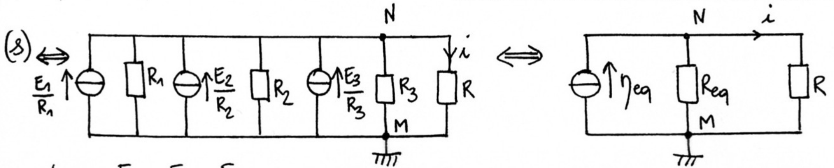
$$\frac{\cancel{V_M}-V_N+E_1}{R_1}+\frac{\cancel{V_M}-V_N+E_2}{R_2}+\frac{\cancel{V_M}-V_N}{R}+\frac{\cancel{V_M}-V_N+E_3}{R_3}=0$$

d'où $V_N\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R}\right)=\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}+\frac{E_3}{R_3}$

d'où $V_N=\dfrac{\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}+\frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$ Or $U_{NM}=V_N-\cancel{V_M}=Ri$

d'où $\boxed{i=\dfrac{\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}+\frac{E_3}{R_3}}{1+R\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)}=\dfrac{E_1R_2R_3+E_2R_3R_1+E_3R_1R_2}{R_1R_2R_3+R(R_2R_3+R_1R_2+R_1R_3)}}$

2) (S) $\Leftrightarrow$



avec $\begin{cases}\eta_{eq}=\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}+\frac{E_3}{R_3}\\ \frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\end{cases}$

$$\boxed{i=\dfrac{\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}+\frac{E_3}{R_3}}{1+R\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)}}$$

OK.

Diviseur de Courant : $i=\frac{R_{eq}}{R_{eq}+R}\eta_{eq}=\frac{1}{1+\frac{R}{R_{eq}}}\eta_{eq}$

EXE2.13 LNTP

1) LNTP en A : $\frac{\cancel{V_B}-V_A}{2R}+\eta+\frac{V_D-V_A-6E}{20R}+\frac{V_C-V_A}{3R}=0$ (1)

LNTP en C : $\frac{V_A-V_C}{3R}+\frac{V_D-V_C+2E}{4R}+\frac{\cancel{V_B}-V_C+8E}{20R}=0$ (2)

LNTP en D : $\frac{V_A-V_D+6E}{20R}+\frac{V_C-V_D-2E}{4R}+\frac{\cancel{V_B}-V_D}{4R}=0$ (3)

2) $\begin{cases}(2)\\(3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}20R(V_A-V_C)+\frac{20R\cdot 3R}{4R}(V_D-V_C+2E)+3R(-V_C+8E)=0 & (2)\\ V_A-V_D+6E+\frac{20R}{4R}(V_C-V_D-2E-V_D)=0 & (3)\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}20V_A-38V_C=-54E-15V_D\\ V_A+5V_C=4E+11V_D\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}20V_A-38V_C=-204 & (2)\\ V_A+5V_C=114 & (3)\end{cases}$

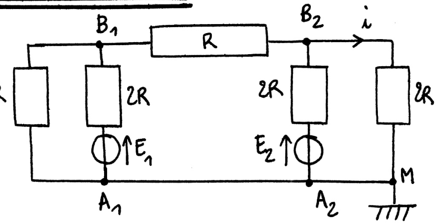
$\begin{cases}20(3)-(2)\\(3)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}138V_C=2484\\ V_A=114-5V_C\end{cases}\Rightarrow\boxed{\begin{matrix}V_C=18\,V\\ V_A=24\,V\end{matrix}}$

EXE2.14 Théorème de Superposition et Théorème de Millman

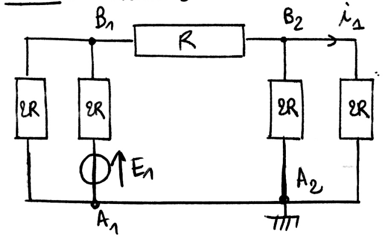
$i=i_1+i_2$

avec $i_1\equiv$ intensité circulant ds la branche lorsque E_2 est éteinte (État 1)

$i_2\equiv$ intensité circulant ds la branche lorsque E_1 est éteinte (État 2)

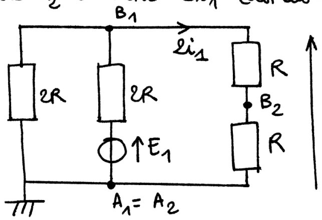


État 1 : On éteint E_2 :



l'intensité i_1 est aussi l'intensité circulant dans la branche (B_2A_2).
L'intensité circulant dans la résistance R de B_1 vers B_2 est donc $2i_1$ (loi des noeuds en B_2)

• On peut donc faire le schéma équivalent :



$u_{B_1A_1}=(2R)(2i_1)$

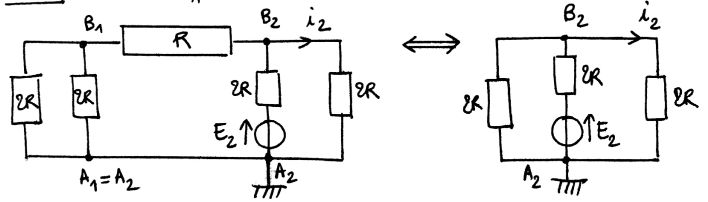
on a $u_{B_1A_1}=4Ri_1=V_{B_1}-\cancel{V_{A_1}}$

• Loi des noeuds en termes de potentiels en B_1 :

$\frac{\cancel{V_{A_1}}-V_{B_1}}{2R}+\frac{\cancel{V_{A_1}}-V_{B_1}+E_1}{2R}+\frac{\cancel{V_{A_1}}-V_{B_1}}{2R}=0$ d'où $V_{B_1}\frac{3}{2R}=\frac{E_1}{2R}\Rightarrow V_{B_1}=\frac{E_1}{3}$

d'où $i_1=\frac{V_{B_1}}{4R}$ et $V_{B_1}=\frac{E_1}{3}\Rightarrow\boxed{i_1=\frac{E_1}{12R}}$

État 2 : On éteint E_1 :



$u_{B_2A_2}=2Ri_1=V_{B_2}-\cancel{V_{A_2}}$

• Loi de noeuds en termes de potentiels en B_2 :

$\frac{\cancel{V_{A_2}}-V_{B_2}}{2R}+\frac{\cancel{V_{A_2}}-V_{B_2}+E_2}{2R}+\frac{\cancel{V_{A_2}}-V_{B_2}}{2R}=0$ $\rightarrow\boxed{i_1=\frac{V_{B_2}}{2R}=\frac{E_2}{6R}}$

d'où $V_{B_2}\frac{3}{2R}=\frac{E_2}{2R}\Rightarrow V_{B_2}=\frac{E_2}{3}$

d'où $\boxed{i=i_1+i_2=\frac{1}{6R}\left(\frac{E_1}{2}+E_2\right)}$