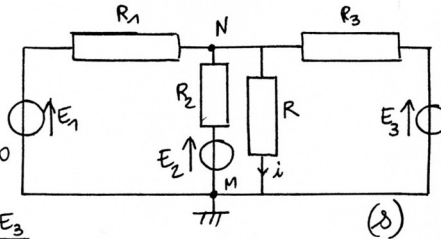


**EXE2.16 Théorème de Millman**

1) LNTP en N en prenant M comme masse :

$$\frac{V_M - V_N + E_1}{R_1} + \frac{V_M - V_N + E_2}{R_2} + \frac{V_M - V_N}{R} + \frac{V_M - V_N + E_3}{R_3} = 0$$



d'où  $V_N \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R} \right) = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}$

d'où  $V_N = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R}}$

Or  $U_{NM} = V_N - V_M = Ri$

d'où  $i = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{1 + R \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)} = \frac{E_1 R_2 R_3 + E_2 R_3 R_1 + E_3 R_1 R_2}{R_1 R_2 R_3 + R(R_2 R_3 + R_3 R_1 + R_1 R_2)}$

2) (8)   
 avec  $\eta_{eq} = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}$    
  $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$    
 Diviseur de Courant :  $i = \frac{R_{eq}}{R_{eq} + R} \eta_{eq} = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_{eq}}} \eta_{eq}$    
  $i = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{1 + R \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)}$  OK

**EXE2.17 LNTP**

1) LNTP en A :  $\frac{V_B - V_A}{2R} + \eta + \frac{V_D - V_A - 6E}{20R} + \frac{V_C - V_A}{3R} = 0$  (1)

LNTP en C :  $\frac{V_A - V_C}{3R} + \frac{V_D - V_C + 2E}{4R} + \frac{V_B - V_C + 8E}{20R} = 0$  (2)

LNTP en D :  $\frac{V_A - V_D + 6E}{20R} + \frac{V_C - V_D - 2E}{4R} + \frac{V_B - V_D}{4R} = 0$  (3)

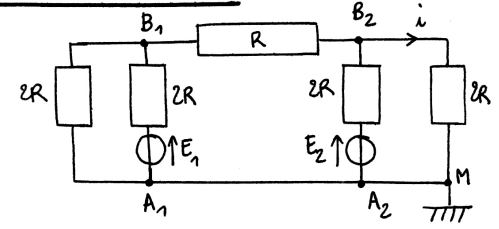
2)  $\begin{cases} (2) \\ (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20R(V_A - V_C) + \frac{20R \cdot 3R}{4R}(V_D - V_C + 2E) + 3R(-V_C + 8E) = 0 & (2) \\ V_A - V_D + 6E + \frac{20R}{4R}(V_C - V_D - 2E - V_D) = 0 & (3) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 20V_A - 38V_C = -54E - 15V_D & (2) \\ V_A + 5V_C = 4E + 11V_D & (3) \end{cases}$

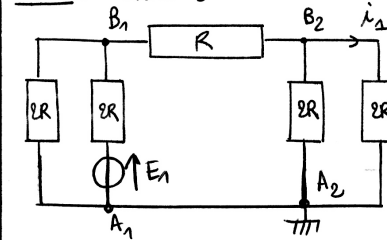
$\begin{cases} 20(3) - (2) \\ (3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 138V_C = 2484 \\ V_A = 114 - 5V_C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_C = 18V \\ V_A = 24V \end{cases}$

**EXE2.18 Théorème de Superposition et Théorème de Millman**

$i = i_1 + i_2$   
 avec  $i_1 \equiv$  intensité circulant de la branche lorsque  $E_2$  est éteint (Etat 1)  
  $i_2 \equiv$  intensité circulant de la branche lorsque  $E_1$  est éteint (Etat 2)



Etat 1 : On éteint  $E_2$  :



l'intensité  $i_1$  est aussi l'intensité circulant dans la branche  $(B_2 A_2)$ .  
 L'intensité circulant dans la résistance R de  $B_1$  vers  $B_2$  est donc  $2i_1$  (loi des nœuds en  $B_2$ )

On peut donc faire le schéma équivalent :

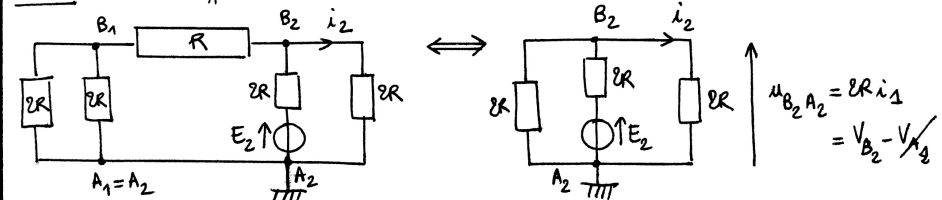
on a  $u_{B_1 A_1} = 4Ri_1 = V_{B_1} - V_{A_1}$

loi des nœuds en termes de potentiels en  $B_1$  :

$\frac{V_{A_1} - V_{B_1}}{2R} + \frac{V_{A_1} - V_{B_1} + E_1}{2R} + \frac{V_{A_1} - V_{B_1}}{2R} = 0$  d'où  $V_{B_1} \frac{3}{2R} = \frac{E_1}{2R} \Rightarrow V_{B_1} = \frac{E_1}{3}$

d'où  $i_1 = \frac{V_{B_1}}{4R}$  et  $V_{B_1} = \frac{E_1}{3} \Rightarrow i_1 = \frac{E_1}{12R}$

Etat 2 : On éteint  $E_1$  :



loi de nœuds en termes de potentiels en  $B_2$  :

$\frac{V_{A_2} - V_{B_2}}{2R} + \frac{V_{A_2} - V_{B_2} + E_2}{2R} + \frac{V_{A_2} - V_{B_2}}{2R} = 0 \Rightarrow i_2 = \frac{V_{B_2}}{2R} = \frac{E_2}{6R}$

d'où  $V_{B_2} \frac{3}{2R} = \frac{E_2}{2R} \Rightarrow V_{B_2} = \frac{E_2}{3}$

d'où  $i = i_1 + i_2 = \frac{1}{6R} \left( \frac{E_1}{2} + E_2 \right)$