Fiche IPC2

Analyse dimensionnelle, mesures et résultats

■ **Dimensions à connaître :**

Grandeur	Unité	Dimension	Grandeur	Unité	Dimension
Vitesse	$m.s^{-1}$	$L.T^{-1}$	Travail	J	$M.L^2.T^{-2}$
Accélération	$m.s^{-2}$	$L.T^{-2}$	Énergie	J	$M.L^2.T^{-2}$
Force	N	$M.L.T^{-2}$	Puissance	W	$M.L^2.T^{-3}$

■ **Équation aux dimensions :** $\boxed{[G] = T^{\alpha}.L^{\beta}.M^{\gamma}.I^{\delta}.\Theta^{\epsilon}.J^{\zeta}.N^{\eta}}$

■ **Trois erreurs** à ne jamais commettre parce que c'est… mal !

➜ **Erreur physique ou erreur d'homogénéité :** il est absurde d'écrire l'égalité entre deux grandeurs de dimensions différentes.

➜ il est absurde d'écrire l'égalité entre une grandeur finie et une grandeur élémentaire.

➜ **Erreur mathématique :** il est absurde d'écrire l'égalité entre un nombre (un scalaire) et un vecteur.

■ **Incertitude absolue et incertitude relative :**

Si $X = X_{\text{exact}}$ est la grandeur et $X_{\text{mes}} = X_{\text{mesurée}}$ le résultat de la mesure de cette grandeur :

$X_{\text{mesurée}} - \Delta X < X_{\text{exact}} < X_{\text{mesurée}} + \Delta X \quad \Leftrightarrow \quad X = X_{\text{mes}} \pm \Delta X$

où :

$\Delta X > 0$ est l'**incertitude absolue** et $\dfrac{\Delta X}{X_{\text{mes}}}$ l'**incertitude relative**.

■ **Calculs d'incertitude sur une mesure indirecte**

❑ **Méthode .1.—** En général, lorsque $G = a.X + b.Y$,
avec $(a, b) \in \mathbb{R}^2$,
X et Y étant mesurés à ΔX et ΔY près,
pour connaître l'incertitude ΔG sur G :
- on différentie G : $\mathrm{d}G = a.\mathrm{d}X + b.Y$
- on prend la valeur absolue de chaque terme en revenant aux incertitudes :

$$\Delta G = \mid a \mid .\Delta X + \mid b \mid .\Delta Y \qquad \text{et} \qquad G = G_{\text{calculée}} \pm \Delta G$$

❑ **Méthode .2.—** En général, lorsque $G = K.\dfrac{X^{\alpha}.Y^{\beta}}{Z^{\gamma}}$,
avec K, α, β et γ des réels,
X, Y et Z étant mesurés à ΔX, ΔY et ΔZ près,
pour connaître l'incertitude ΔG sur G :
- on effectue une différentielle logarithmique de G : $\dfrac{\mathrm{d}G}{G} = \alpha.\dfrac{\mathrm{d}X}{X} + \beta.\dfrac{\mathrm{d}Y}{Y} - \gamma.\dfrac{\mathrm{d}Z}{Z}$
- on prend la valeur absolue de chaque terme en revenant aux incertitudes :

$$\frac{\Delta G}{G} = \mid \alpha \mid .\frac{\Delta X}{\mid X \mid} + \mid \beta \mid .\frac{\Delta Y}{\mid Y \mid} + \mid \gamma \mid .\frac{\Delta Z}{\mid Z \mid}$$

$$G = G_{\text{calculée}} \pm \Delta G \qquad \text{avec :} \Delta G = \frac{\Delta G}{G}.G_{\text{calculée}}$$