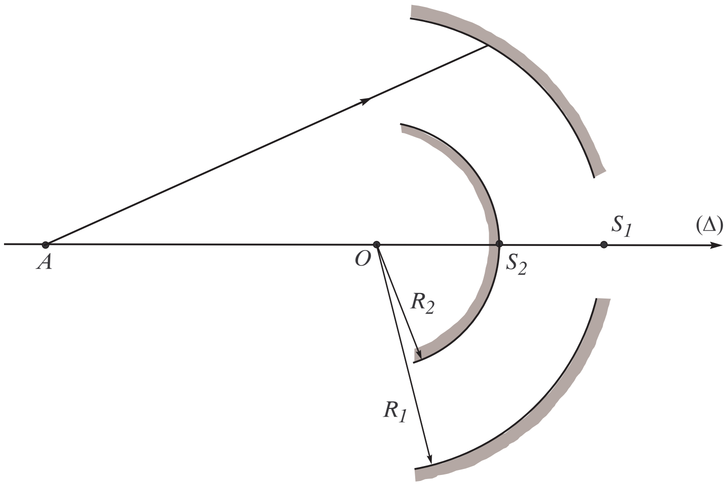
★ ER ★ Télescope par réflexion

Un télescope est constitué par deux miroirs sphériques $(\mathcal{M}_1)$ et $(\mathcal{M}_2)$ de même centre O et de rayons $OS_1 = R_1$ et $OS_2 = R_2 = k\,R_1$, avec $k < 1$.
Pour un objet A sur l'axe optique, un faisceau lumineux frappe la face concave de $(\mathcal{M}_1)$ puis, après réflexion sur la face convexe de $(\mathcal{M}_2)$, recoupe l'axe optique. Une ouverture autour de l'axe optique en S_1 permet de récupérer l'image.



1) Schématiser le système sur votre copie ainsi que la marche du faisceau lumineux en faisant apparaître A' image de A.

2) Si on pose $x = \overline{OA}$ et $x' = \overline{OA'}$, trouver l'équation de conjugaison de ce télescope.

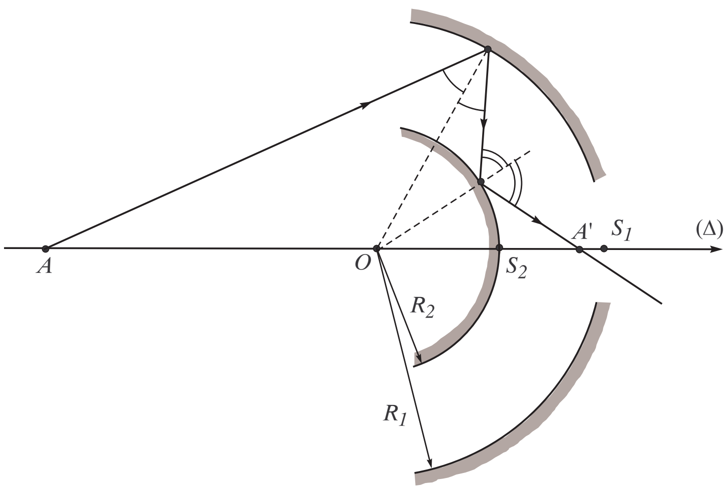
3) Quel est la position $x_F = \overline{OF}$ du foyer F objet de ce système $\{\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2\}$ en fonction de k et de R_1 ?

4) Quel est la position $x'_{F'} = \overline{OF'}$ du foyer F' image de ce système $\{\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2\}$ en fonction de k et de R_1 ?
On veut F' au delà du sommet S_1 du miroir $(\mathcal{M}_1)$; quelle est alors la valeur limite de k ?

5) Des deux question précédentes, déduire que ce système optique de deux miroirs est équivalent à une lentille mince dont on donner les caractéristiques.

Solution

1) Le tracé du rayon lumineux doit vérifier la loi de la réflexion (angle du rayon incident = angle du rayon réfléchi).
L'image A' est sur l'axe optique car A est sur l'axe optique(le tracé d'un second rayon le confirme).
Posons : $A \xrightarrow{\mathcal{M}_1} A_1 \xrightarrow{\mathcal{M}_2} A'$.



2) Utilisons la formule de DESCARTES avec origine au centre pour chacun des miroirs :

$$(\mathcal{M}_1) : \frac{1}{\overline{OA_1}} + \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{2}{\overline{OS_1}} = \frac{2}{R_1} \quad ① \qquad (\mathcal{M}_2) : \frac{1}{\overline{OA'}} + \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{2}{\overline{OS_2}} = \frac{2}{R_2} = \frac{2}{k\,R_1} \quad ②$$

Rq : dans cet exerice, $R_1 = OS_1 = \overline{OS_1}$ et $R_2 = OS_2 = \overline{OS_2}$ sont des grandeurs positives, et non pas les rayons algébriques des miroirs ($\overline{S_1O}$ et $\overline{S_2O}$), tous deux négatifs ici.

ERОpt(1)

En faisant ② − ①, on obtient :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = 2\left(\frac{1}{k\,R_1} - \frac{1}{R_1}\right)$$

Soit, en posant $x' \equiv \overline{OA'}$ et $x \equiv \overline{OA}$:

$$\boxed{\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} = \frac{2}{R_1}\frac{1-k}{k}}$$

3) Le foyer image F est le conjugué d'une image ponctuelle A'_∞ à l'infini sur l'axe optique :

$$\boxed{F \xrightarrow{\{\mathcal{M}_1+\mathcal{M}_2\}} A'_\infty}$$

Soit $|\,\overline{OA'_\infty}\,| \to \infty$, et donc : $\dfrac{1}{x'} = 0$
Par conséquent :

$$-\frac{1}{x_F} = \frac{2}{R_1}\frac{1-k}{k} \iff \boxed{x_F = -\frac{k\,R_1}{2\,(1-k)}}$$

4) • Le foyer image F' est le conjugué d'un objet ponctuel A_∞ à l'infini sur l'axe optique :

$$\boxed{A_\infty \xrightarrow{\{\mathcal{M}_1+\mathcal{M}_2\}} F'}$$

Soit $|\,\overline{OA_\infty}\,| \to \infty$, et donc : $\dfrac{1}{x} = 0$
Par conséquent :

$$\frac{1}{x'_{F'}} = \frac{2}{R_1}\frac{1-k}{k} \iff \boxed{x'_{F'} = \frac{k\,R_1}{2\,(1-k)}}$$

• On veut que ce foyer F' soit situé au-delà de S_1, soit :

$$x'_{F'} > R_1 \;\Leftrightarrow\; \frac{k}{2\,(1-k)} > 1 \;\Leftrightarrow\; 3k > 2 \;\Leftrightarrow\; \boxed{k > \frac{3}{2}}$$

5) D'après les deux questions précédentes, le système $\{\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2\}$ est équivalent à une lentille mince :
- de centre optique O
- de distance focale $f' = \frac{k.R_1}{2.(1-k)}$
- convergente, puisque $k < 1$ et donc $f' > 0$
- de foyer image F' : $\overline{OF'} = f'$
- de foyer objet F : $\overline{OF} = -f'$