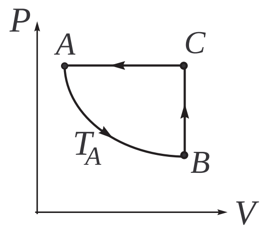
IC8 – Transformation cyclique



Une mole de GPM contenue dans un cylindre décrit de manière quasi-statique et mécaniquement réversible le cycle $ABCA$ décrit ci-contre. L'évolution AB est isotherme à la température $T_A = 301\ K$. En B, $P_A = 1,0\ bar$. L'évolution CA est isobare à la pression $P_A = 5,0\ bars$. L'évolution BC est isochore.

1) Calculer les volumes V_A, V_B et V_C et la température T_C.

2) Calculer le travail W_{AB} et le transfert thermique Q_{AB} reçus par le gaz au cours de la transformation $A \rightarrow B$

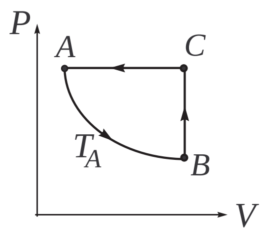
3) Calculer le travail W_{BC} et le transfert thermique Q_{BC} reçus par le gaz au cours de la transformation $B \rightarrow C$

4) Calculer le travail W_{CA} et le transfert thermique Q_{CA} reçus par le gaz au cours de la transformation $C \rightarrow A$

5) Calculer le travail W et le transfert thermique Q reçus par le gaz au cours du cycle. Commenter.

6) S'agit-il d'un cycle moteur ou d'un cycle récepteur ?

IC8 – Transformation cyclique



Une mole de GPM contenue dans un cylindre décrit de manière quasi-statique et mécaniquement réversible le cycle $ABCA$ décrit ci-contre. L'évolution AB est isotherme à la température $T_A = 301\ K$. En B, $P_A = 1,0\ bar$. L'évolution CA est isobare à la pression $P_A = 5,0\ bars$. L'évolution BC est isochore.

1) Calculer les volumes V_A, V_B et V_C et la température T_C.

2) Calculer le travail W_{AB} et le transfert thermique Q_{AB} reçus par le gaz au cours de la transformation $A \rightarrow B$

3) Calculer le travail W_{BC} et le transfert thermique Q_{BC} reçus par le gaz au cours de la transformation $B \rightarrow C$

4) Calculer le travail W_{CA} et le transfert thermique Q_{CA} reçus par le gaz au cours de la transformation $C \rightarrow A$

5) Calculer le travail W et le transfert thermique Q reçus par le gaz au cours du cycle. Commenter.

6) S'agit-il d'un cycle moteur ou d'un cycle récepteur ?

1) D'après l'équation d'état d'un GP :

$$\boxed{V_A = \frac{nRT_A}{P_A} = \frac{1 \times 8,314 \times 301}{5.10^5} = 5,0\ L}$$

$$\boxed{V_B = \frac{nRT_B}{P_B} = \frac{1 \times 8,314 \times 301}{10^5} = 25,0\ L}$$ et comme $B \to C$ est une isochore : $\boxed{V_C = V_B}$

Puisque $C \to A$ est une isobare ($P_C = P_A$) : $\boxed{T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = \frac{P_A V_B}{nR} = \frac{10^5 \times 25,0}{1 \times 8,314} = 1505\ K}$

2) Transformation $A \to B$:

• Pour une transformation isotherme (donc TQS* avec $T = \text{Cte} = T_A$) :

$$W_{AB} = \int_A^B \delta W = \int_A^B -P_{\text{ext}} \mathrm{d}V = \int_A^B -P.\mathrm{d}V = -nRT_A \int_A^B \frac{\mathrm{d}V}{V} \text{ soit : } W_{AB} = -nRT_A . \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

$$\to \boxed{W_{AB} = -nRT_A . \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = -1 \times 8,314 \times 301 \times \ln 5 \simeq -4,027\ kJ}$$

• L'application du premier principe au GP qui vérifie la première loi de Joule donne :

$Q_{AB} = \Delta U_{AB} - W_{AB} = C_V.\cancel{(T_B - T_A)} - W_{AB}$

soit : $\boxed{Q_{AB} = -W_{AB} \simeq 4,027\ kJ}$

3) Transformation $B \to C$:

• Pour une transformation isochore (donc $V = \text{Cte} = V_B$) :

$$W_{BC} = \int_B^C \delta W = \int_B^C -P_{\text{ext}} \cancel{\mathrm{d}V} = 0 \text{ soit : } \boxed{W_{BC} = 0}$$

• L'application du premier principe au GP qui vérifie la première loi de Joule (avec $C_V = \frac{3}{2}nR$ pour un GPM) donne :

$Q_{BC} = \Delta U_{BC} - W_{BC} = C_V.(T_C - T_B) - 0$

soit : $\boxed{Q_{BC} = \frac{3}{2}nR.(T_C - T_B) = \frac{3}{2} \times 1 \times 8,314 \times (1505 - 301) \simeq 15,015\ kJ}$

4) Transformation $C \to A$:

• Pour une transformation isobare (donc TQS* et $P = \text{Cte} = P_A$) :

$$W_{CA} = \int_C^A \delta W = \int_C^A -P_{\text{ext}} \mathrm{d}V = \int_C^A -P.\mathrm{d}V = -P_A.(V_A - V_C)$$

$$\to \boxed{W_{CA} = -P_A.(V_A - V_C) = -5.10^5 \times (5,0 - 25,0).10^{-3} = 10,010\ kJ}$$

• L'application du premier principe au GP qui vérifie la deuxième loi de Joule (avec $C_P = \frac{5}{2}nR$ pour un GPM) donne, pour une isobare :

$Q_{CA} = Q_{CA,P} = \Delta H_{CA} = C_P.(T_A - T_C)$

soit : $\boxed{Q_{CA} = \frac{5}{2}nR.(T_A - T_C) = \frac{5}{2} \times 1 \times 8,314 \times (301 - 1505) \simeq -25,025\ kJ}$

5) • Sur le cycle :

$$\boxed{W_{\text{Cycle}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = -4,027 + 0 + 10,010 = 5,983\ kJ}$$

$$\boxed{Q_{\text{Cycle}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = 4,027 + 15,015 - 25,025 \simeq -5,983\ kJ}$$

• Bien entendu, on vérifie que l'énergie interne étant une fonction d'état, elle ne varie pas sur un cycle complet puisque, d'après le premier principe :

$\boxed{\Delta U_{\text{cyle}} = W + Q = 0}$

6) Comme $W_{\text{cycle}} > 0$, il s'agit d'un cycle récepteur.