Devoir Surveillé n°10

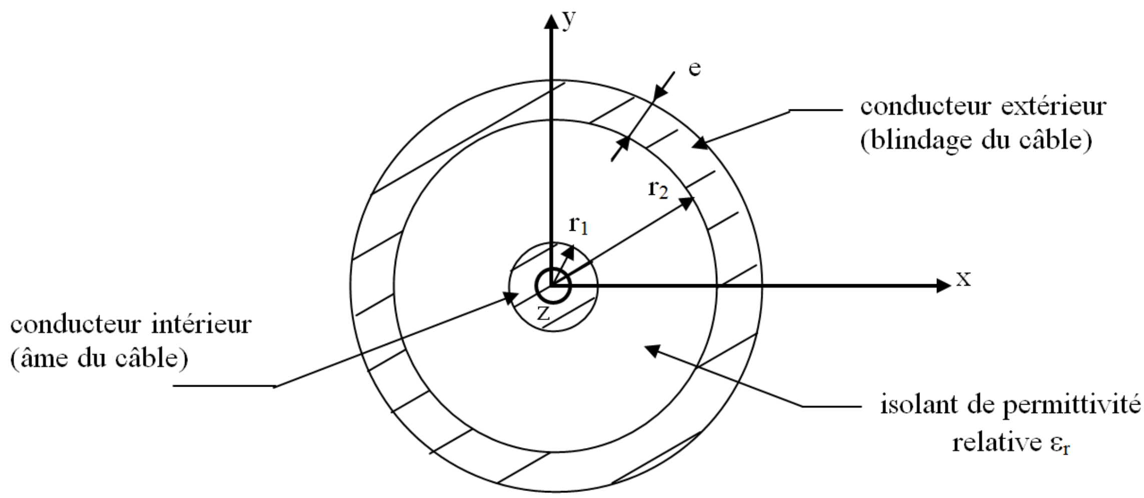
Consigne de rédaction :
- chaque réponse doit être précédée du raisonnement qui la justifie.
- les résultats devront être encadrés
- les applications numériques sans unités seront considérées fausses.

Physique : Électrostatique

I Ligne coaxiale [d'après Banque PT 2008, Phys. A]

Un câble coaxial est constitué par deux cylindres coaxiaux parfaitement conducteurs, de même axe Oz, et de rayons respectifs r_1, r_2 et $(r_2 + e)$, et de longueur l. La longueur de la ligne l est assez grande devant r_1 et r_2 pour que l'on puisse négliger les effets d'extrémités : on considère que **les symétries et invariances sont les mêmes que si la longueur l était infinie**.
L'espace entre les deux conducteurs contient un isolant, homogène et isotrope de permittivité relative $\epsilon_r = 2,0$.

On rappelle que la permittivité absolue ϵ de l'isolant est liée à sa permittivité relative par la relation $\epsilon = \epsilon_0.\epsilon_r$,
la notation ϵ_0 désignant la permittivité absolue du vide.
➜ **Csqce :** Dans l'expression du théorème de Gauss il faudra remplacer ϵ_0 par $\epsilon = \epsilon_0.\epsilon_r$



Pour les applications numériques, on prendra : $r_1 = 0,15\ cm$; $r_2 = 0,50\ cm$; $l = 10\ m$; $e = 0,10\ cm$; $\epsilon_0 = 8,85.10^{-12}\ F.m^{-1}$.
Le conducteur **intérieur** est porté au potentiel V_1 constant et le conducteur **extérieur au potentiel V_2, qu'on suppose nul**. Les conducteurs, en équilibre électrostatique, portent alors respectivement les charges électriques $+Q$ et $-Q$, supposées uniformément réparties sur les **deux seules surfaces** des conducteurs qui sont de rayon r_1 et r_2.

1) Montrer que le champ électrique en tout point M de l'espace est radial et que sa valeur algébrique ne dépend que de r, soit : $\overrightarrow{E}(M) = E(r).\overrightarrow{e_r}$.

2) Établir l'expression de $E(r)$ en fonction de Q, de la permittivité $\epsilon = \epsilon_0.\epsilon_r$ de l'isolant, de r et de l, en distinguant les trois cas : $r < r_1$, $r_1 < r < r_2$ et $r_2 < r < (r_2 + e)$.
Il est rappelé que l'expression de $E(r)$ demandée se déduit de celle obtenue dans le cas d'un câble coaxial « à vide » en remplaçant la permittivité absolue ϵ_0 du vide par celle, ϵ, du matériau isolant.

3) Montrer que, dans le domaine $r > (r_2 + e)$, $E(r) = 0$.

4) Tracer le graphe de $E(r)$.

5) Commenter **physiquement** les éventuelles discontinuités de $E(r)$ à la traversée des cylindres de rayons r_1, r_2 et $(r_2 + e)$.

6) Exprimer la tension $U_{12} = V_1 - V_2$ en fonction de Q, $\epsilon = \epsilon_0.\epsilon_r$, l, r_1 et r_2.

7) Donner la relation entre Q, U_{12} et la capacité C du câble coaxial. En déduire que la capacité **par unité de longueur** du câble coaxial, notée C_1, est donnée par : $C_1 = \dfrac{2.\pi.\epsilon}{\ln\left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)}$

8) Exprimer **simplement** l'énergie électrostatique W_e emmagasinée par le câble coaxial de longueur l en fonction de ϵ, U_{12}, l, r_1 et r_2.

9) Calculer la valeur numérique de C_1.

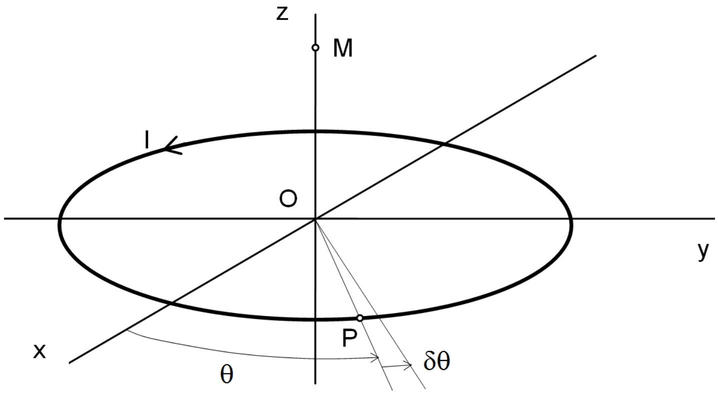
10) Calculer la valeur numérique de W_e pour une tension $U_{12} = 10\ V$ entre les armatures du câble.

II Bobine plate [d'après Banque PT 2009, Phys. B]

■ Considérons une spire plane circulaire (C) dans le plan (Oxy), de centre O, de rayon R et d'axe Oz (Figure ci-dessous). Cette spire est parcourue par le courant d'intensité constante I. Les vecteurs unitaires de la base cartésienne sont $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$. Un point P de la spire est repéré par l'angle θ. L'élément de spire de longueur $R.\mathrm{d}\theta$ crée au point $M(0,0,z)$ un champ élémentaire $\mathrm{d}\overrightarrow{B_1(M)}$. On pourra utiliser l'angle β sous lequel le rayon de la spire est vu du point M, soit : $\beta = (\widehat{OMP})$.

1) Rappeler l'expression de $\mathrm{d}\overrightarrow{B_1(M)}$?

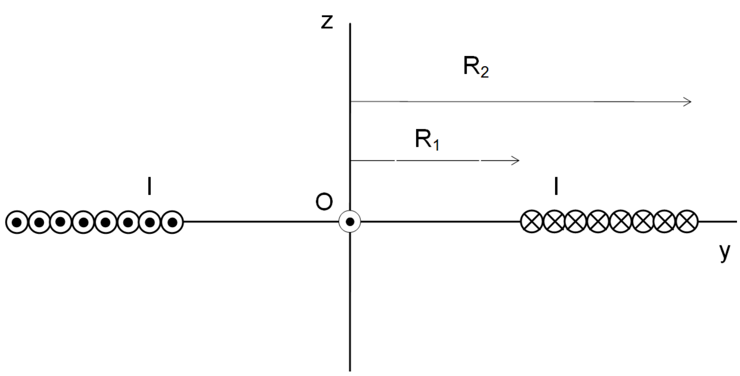
2) Trouver, à l'aide des symétries, la direction du champ total $\overrightarrow{B_1(M)}$ produit par la spire complète au point M.
Déterminer ce champ résultant $\overrightarrow{B_1(M)}$, puis le champ résultant $\overrightarrow{B_1(O)}$ au point O.



■ Une bobine plate est constituée de N spires jointives d'axe commun (Oz) et bobinées entre les rayons R_1 et R_2 (Figure ci-dessous). Cette bobine est parcourue par le courant d'intensité I. Le fil de la bobine est supposé infiniment conducteur.

3) Combien de spires sont contenues dans la portion de bobine comprise entre les rayons r et $r + \mathrm{d}r$? Quel est le champ $\mathrm{d}\overrightarrow{B(O)}$ produit par cette fraction de bobine au point O ?

4) En déduire le champ $\overrightarrow{B(O)}$ produit par la bobine complète au point O. Donner le résultat en fonction de I, N, R_1, R_2 et de constantes à préciser.



5) Application numérique avec :
$I = 0,01\ A$; $N = 250$; $R_1 = 0,2\ m$; $R_2 = 0,3\ m$; $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ H.m^{-1}$.

Chimie : Structures cristallines

III La galène [d'après E3A PC, 2003]

La galène est une variété allotropique du sulfure de plomb solide (PbS) qui cristallise dans un réseau de type $NaCl$.

Données :

- Masses molaires : $M(Pb) = 207,2\ g.mol^{-1}$; $M(S) = 32,0\ g.mol^{-1}$
- Nombre d'Avogadro : $\mathcal{N}_a = 6,02.10^{23}\ mol^{-1}$

1) Quels sont les degrés d'oxydation du soufre et du plomb dans la galène ?

2) Indiquez les sites octaédriques d'un réseau cubique face centrée. Quel est leur nombre par maille conventionnelle ?

3) Représentez proprement la maille conventionnelle de la galène.

4) On donne le paramètre de maille $a = 595\ pm$ et la rayon ionique du plomb $r_+ = 131\ pm$. Exprimer la relation entre a, r_+ et r_-, le rayon ionique du soufre. Évaluer alors r_-.

5) Calculer enfin la masse volumique de la galène.

IV Solides ioniques LiCl et KCl [d'après CCP PC, Chim. 2, 2003]

Données : Rayons ioniques en pm :

Élément	K^+	Li^+	Cl^-
Rayon	152	90	167

1) Quelle est la coordinence (Anion-cation, Cation-anion) dans un cristal ionique de type $CsCl$, $NaCl$ et ZnS ?

2) À partir des données, quel type de réseau cristallin, à maille cubique, peut-on envisager pour $LiCl$?

3) KCl a une structure cristalline identique à celle de $LiCl$: est-ce compatible avec les données ? Justifier.

4) Est-il a priori possible d'avoir une miscibilité partielle à l'état solide de $LiCl$ dans KCl ou l'inverse ?