CORRIGÉ DU DEVOIR LIBRE n°1

1) $X_{(dB)} = 10 \log \frac{P_2}{P_1} \rightarrow \log \frac{P_2}{P_1} = \frac{X}{10} \rightarrow \boxed{\frac{P_2}{P_1} = 10^{\frac{X}{10}}}$

en 1970 : $X = -10$ dB.km^{-1} $\longrightarrow$ pourcentage de pertes $\boxed{\frac{P_2}{P_1} = 0{,}1 = 10\%}$

Il s'agit d'une ATTÉNUATION ($P_2 < P_1$)

Actuellement : $X = -0{,}005$ dB.km^{-1} $\longrightarrow$ $\boxed{\frac{P_2}{P_1} \simeq 0{,}999 = 99{,}9\%}$

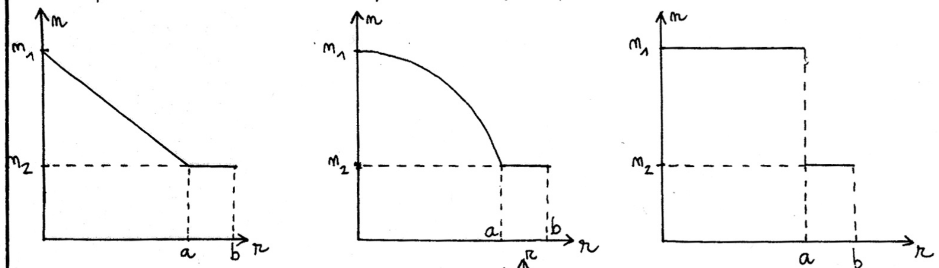
2) • pour $a < r < b$ $\quad n(r) = n_2$

• pour $r < a$ $\quad n(r) = n_1 \left[1 - 2\Delta\left(\frac{r}{a}\right)^\alpha\right]^{\frac{1}{2}} \simeq n_1 \left(1 + \frac{1}{2}\left(-2\Delta\left(\frac{r}{a}\right)^\alpha\right)\right)$

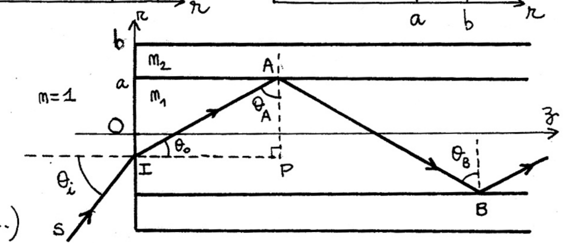
DL$_1$ car $\Delta \ll 1$ donc $2\Delta\left(\frac{r}{a}\right)^\alpha \ll 1$

soit $n(r) \simeq n_1 \left(1 - \Delta\left(\frac{r}{a}\right)^\alpha\right)$

$\boxed{\alpha = 1}$ Profil Linéaire $\qquad \boxed{\alpha = 2}$ Profil Parabolique $\qquad \boxed{\alpha = +\infty}$ Profil à Saut d'Indice



3) a) Pour que le rayon soit guidé dans le "cœur" de la fibre, il faut qu'il subisse des réflexions TOTALES aux points A, B, C ... ($\theta_A = \theta_B = \theta_C = \cdots$)



Pour cela, il faut que :

$$\sin\theta_A \geqslant \frac{n_2}{n_1} \quad \text{soit} \quad \theta_A \geqslant \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

De plus, comme IPA triangle rectangle en P, on a : $\theta_0 = \frac{\pi}{2} - \theta_A$

Pour qu'il y ait guidage du rayon (ie réflexion totale en A) il faut donc :

$$\theta_0 \leqslant \frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

De plus, comme il y a réfraction en I : $n \sin\theta_i = n_1 \sin\theta_0$

soit $\sin\theta_i = n_1 . \sin\theta_0 \leqslant n_1 . \sin\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\right)$

$\sin\theta_i \leqslant n_1 \cos\left[\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\right] = n_1 \sqrt{1 - \sin^2\left(\arcsin\frac{n_2}{n_1}\right)}$

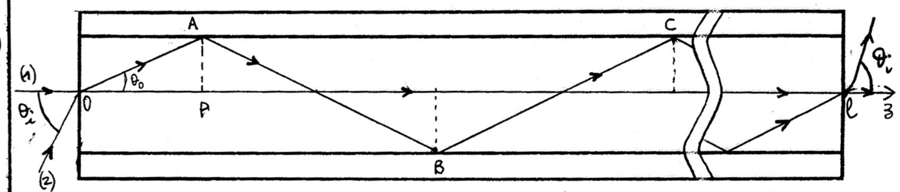
$\sin\theta_i \leqslant n_1 \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}} = n_1\sqrt{2\Delta}$ avec $\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}$

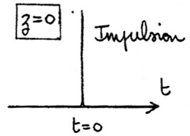
d'où $\boxed{\text{O.N.} = n_1\sqrt{2\Delta} = \sin\theta_a} \; \boxed{\sin\theta_i \leqslant \sin\theta_a}$

AN $\boxed{\text{O.N.} = 0{,}21}$ $\quad \theta_a = \arcsin(\sin\theta_a) = \arcsin(\text{O.N.}) \rightarrow \boxed{\theta_a \simeq 12°}$

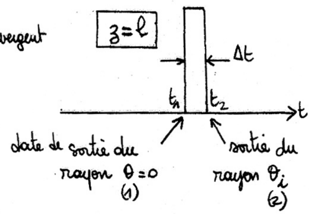
$\underline{\mathcal{C}}$: si $\theta_i > \theta_a$ alors il n'y a pas guidage optique.

3b)





Impulsion en O sous forme d'1 faisceau conique convergent



• le rayon (1) arrive sous incidence nulle dans la fibre de longueur ℓ $\rightarrow$ Il parcourt une longueur ℓ à la vitesse $v = \frac{c}{n_1}$ $\rightarrow$ la durée de parcours de la fibre $\boxed{t_1 = \frac{\ell}{v} = n_1\frac{\ell}{c}}$

Tout autre rayon ($\theta \neq 0$) met une durée plus longue car sa trajectoire est brisée et non plus rectiligne.

Le(s) rayon(s) qui met le plus de temps à traverser la fibre est celui qui arrive sous incidence maximale $\theta = \theta_i$

Il apparaît sur le schéma que lorsque (1) parcourt la distance OP (ℓ)
(2) " " OA ($L = OA + AB + BC + \ldots$)

d'où $\dfrac{OP}{OA} = \dfrac{\ell}{L}$ d'où $L = \dfrac{OA}{OP}\,\ell = \dfrac{\ell}{\cos\theta_0}$

d'où la durée du trajet de (2) : $\boxed{t_2 = \dfrac{L}{v} = n_1 \dfrac{\ell}{\cos\theta_0 \cdot c} = \dfrac{t_1}{\cos\theta_0}}$

d'où l'élargissement temporel de l'impulsion à la sortie de la fibre :

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{n_1 \ell}{c}\left(\frac{1}{\cos\theta_0} - 1\right) \quad \text{avec} \quad 1 \cdot \sin\theta_i = n_1 \sin\theta_0$$

$$= \frac{n_1 \ell}{c}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2\theta_0}} - 1\right) \longrightarrow \boxed{\Delta t = \frac{n_1 \ell}{c}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta_i}{n_1^2}}} - 1\right)}$$

AN : $\boxed{\Delta t = 2{,}17 \cdot 10^{-7}\ \text{s}}$

3)c) Dans le cas de la seconde fibre "attaquée" par un cone de lumière de demi-angle au sommet θ'_a, l'élargissement temporel s'écrit :

$$\Delta t' = \frac{n_1 \ell}{c}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta'_a}{n_1^2}}} - 1\right) = \frac{n_1 \ell}{c}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - 2\Delta}} - 1\right) = \frac{n_1 \ell}{c}\left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right)$$

$\sin\theta'_a \equiv n_1\sqrt{2\Delta}$ et $1 - 2\Delta \equiv \dfrac{n_2^2}{n_1^2}$

d'où $\boxed{\Delta t' = \dfrac{n_1 \ell}{c}\left(\dfrac{n_1}{n_2} - 1\right)}$

AN : $n_1 = 1{,}456$ $\longrightarrow$ $\boxed{ON = n_1\sqrt{2\Delta} = 0{,}36} = \sin\theta'_a$ soit $\boxed{\theta'_a = 21{,}3°}$

$n_2 = 1{,}410$

$\ell = 1\ \text{km}$ $\qquad \boxed{\Delta t' = \dfrac{n_1 \ell}{c}\left(\dfrac{n_1}{n_2} - 1\right) = 1{,}58 \cdot 10^{-7}\ \text{s}}$

3)d) Si une impulsion dure δT à l'entrée de la fibre optique, elle dure $\delta T + \Delta t'$ à la sortie de cette fibre.

Pour qu'en sortie deux impulsions soient séparées il faut que $\delta T + \Delta t' < T$

comme $\delta T \ll T$ cela revient à imposer : $\boxed{\Delta t' < T \text{ soit } T > 158\ \text{ns}}$

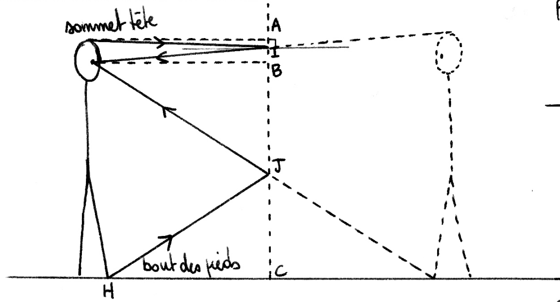
3)e) $T > \Delta t$ ou $\Delta t'$ $\Leftrightarrow$ une fréquence d'impulsions de $f < \dfrac{1}{\Delta t}$ ou $\dfrac{1}{\Delta t'}$

Pour la 1ère fibre, on obtient un débit maximal de $\boxed{f = \dfrac{1}{\Delta t} = 4{,}6 \cdot 10^6 \text{ bits/seconde}}$

Pour la 2de fibre : $\boxed{f' = \dfrac{1}{\Delta t'} = 6{,}3 \cdot 10^6 \text{ bits/seconde}}$ soit des débits supérieurs à celui du standard du téléphone Numéris mais inférieurs à celui de la Télévision ou d'une ligne ADSL. Pour remédier à cette limite de l'élargissement des impulsions on fabrique des fibres à gradients d'indice ($n_1 = n(r)$ varié avec r)

EX O1.12 MIROIR PLAN

les rayons issus de l'image doivent arriver dans l'oeil



$AC = 180$ cm

$AB = 10$ cm

$BC = 170$ cm

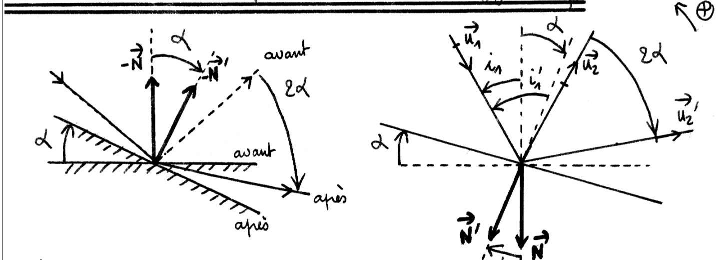
$HC = ?$ qque !!

Par construction I milieu de AB
J " " BC

$\rightarrow$ le miroir le plus petit doit mesurer 90 cm et être placé à $\dfrac{170}{2} = 85$ cm du sol ; càd doit se trouver au niveau de la partie supérieure de l'homme.

Rque : l'h peut alors se reculer ou s'avancer il se verra toujours en entier ! le clip d'un miroir plan est indept de la distance à ce miroir.

EX O1.13 Miroir plan : méthode de Poggendorf



$i_1 = (\vec{N}, \vec{u}_1)$ $\quad i'_1 = (\vec{N}', \vec{u}_1)$

$i_2 = (-\vec{N}, \vec{u}_2)$ $\quad i'_2 = (-\vec{N}', \vec{u}'_2)$

$i_2 = -i_1$ $\quad i'_2 = -i'_1$

Le miroir tourne d'un angle α, donc sa normale également : $(-\vec{N}, -\vec{N}') = \alpha = (\vec{N}, \vec{N}')$

De combien tourne le rayon réfléchi ?

$$(\vec{u}_2, \vec{u}'_2) = (\vec{u}_2, -\vec{N}) + (-\vec{N}, -\vec{N}') + (-\vec{N}', \vec{u}'_2) = -i_2 + \alpha + i'_2$$
$$= i_1 + \alpha - i'_1$$
$$= (\vec{N}, \vec{u}_1) + \alpha - (\vec{N}', \vec{u}_1)$$
$$= \alpha + (\vec{N}, \vec{u}_1) + (\vec{u}_1, \vec{N}') = \alpha + (\vec{N}, \vec{N}')$$

D'où $(\vec{u}_2, \vec{u}'_2) = 2\alpha$ le rayon réfléchi tourne de 2α