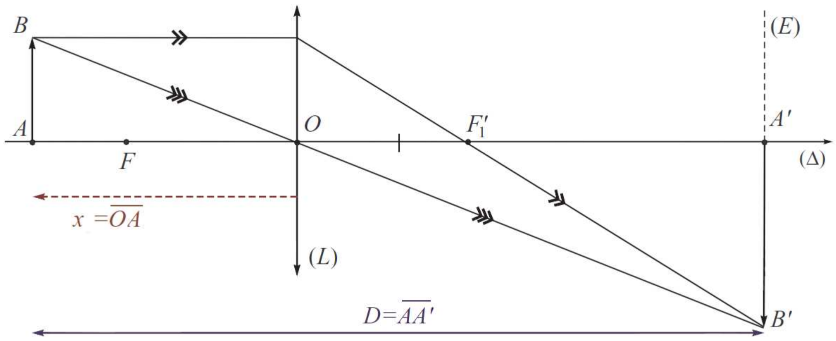
DM6 • Méthode de Bessel et atomistique

I Méthode de Bessel

La méthode de Bessel permet de mesurer de la distance focale image d'une lentille convergente $\mathcal{L}$.

Une lentille sphérique mince convergente, notée $\mathcal{L}$, est utilisée dans le cadre de l'approximation de Gauss. Elle est caractérisée par son centre optique O et par sa distance focale image $f' = \overline{OF'}$. Grâce à cette lentille, on projette sur un écran l'image nette $A'B'$ d'un objet réel lumineux AB.



Objet et écran sont **fixes** (et donc distants d'une distance D **constante** et positive) sur un banc optique et orthogonaux à l'axe.
On pose $\overline{OA} = x$ (variable négative !).

1) Exprimer, en fonction de x et D, la quantité algébrique $\overline{OA'}$.

2) À l'aide de la formule de conjugaison de Descartes, établir une relation entre x, D et f', relation qui se présente sous la forme d'une équation du second degré en x.

3) Montrer qu'en-dessous d'une valeur D_{min} de D, il n'existe plus de valeur de x physiquement acceptable, correspondant à une image nette sur l'écran.
Déterminer, en fonction de f', la distance minimale D_{min}.

4) Pour $D \geq D_{\mathsf{min}}$, il existe deux positions O_1 et O_2 de la lentille $\mathcal{L}$ pour lesquelles on observe une image nette de l'objet sur l'écran.
On pose $x_1 = \overline{O_1A}$, $x_2 = \overline{O_2A}$ (avec $0 > x_1 > x_2$) et $d = \overline{O_1O_2}$.
Exprimer, en fonction de D et f', chacune des deux solutions x_1 et x_2. Où se trouvent O_1 et O_2 vis-à-vis du milieu de AA' ?

5) Représenter les deux constructions géométriques de $A'_1B'_1$ et $A'_2B'_2$, images de AB correspondantes aux deux positions O_1 et O_2 de la lentille. On fera les deux construction l'une au-dessous de l'autre en prenant soin de garder les mêmes dimensions pour D, AB et f'. Que peut-on dire du grandissement transversal dans chacun des cas ?

6) Calculer le produit des grandissements transversaux G_{t1} et G_{t2} correspondant aux deux positions possibles de la lentille. Que remarque-t-on (exprimer pour cela $G_{t1}.G_{t2}$) ?

7) Déterminer, en fonction de D et d la distance focale image f'.

8) Application numérique : $D = 1,00\ m$; $x_1 = 0,275\ m$; $x_2 = 0,725\ m$.
Calculer la distance focale image f'.

9) Retour sur le cas $D = D_{\mathsf{min}}$. Pourquoi parle-t-on de montage « 4f » ? Faire le schéma correspondant.

II Famille des halogènes

La famille des halogènes constitue la 17ème colonne de la classification périodique.

1) Indiquer le nombre d'électrons de valence des atomes d'halogène.

2) Indiquer la configuration électronique dans son état fondamental de l'atome de chlore, deuxième élément de la famille des halogènes.

3) Indiquer les valeurs possibles des 4 nombres quantiques qui caractérisent l'électron célibataire de l'atome de chlore.

4) Définir l'électronégativité. Attribuer à chaque atome d'halogène ($_9F$, $_{53}I$, Cl, $_{35}Br$) son électronégativité (échelle de Pauling) : 3,0 ; 4,0 ; 2,5 ; 2,8. Justifier votre réponse.

Solution

I Méthode de Bessel

1) Puisque $D = \overline{AO} + \overline{OA'} = \overline{OA'} - \overline{OA}$, on a : $\boxed{\overline{OA'} = D + x}$

2) La relation de conjugaison de Descartes $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$ devient :

$$\frac{1}{D+x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{x^2 + D.x + f'D = 0} \quad (\star)$$

3) Les racines de ce polynômes doivent être réelles pour avoir une signification physique (x notant une distance algébrique).
Le discriminant de ce polynôme doit donc être positif :

$$\Delta = D^2 - 4.Df' = D(D - 4f') > 0 \Leftrightarrow \boxed{D > 4f'} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{D_{\text{min}} = 4f'}$$

Retenir : Pour observer, avec une lentille convergente, une image réelle à partir d'un objet réel, il est obligatoire d'imposer une distance entre l'objet et l'écran telle que : $D > 4f'$.

4) Les racines réelles du polynôme $(\star)$ sont :

$$\begin{cases} \overline{O_1A} = x_1 = « \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} » = \dfrac{-D+\sqrt{\Delta}}{2} & \rightarrow \boxed{x_1 = \dfrac{-D+\sqrt{D.(D-4f')}}{2}} \\ \overline{O_2A} = x_2 = « \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} » = \dfrac{-D-\sqrt{\Delta}}{2} & \rightarrow \boxed{x_2 = \dfrac{-D-\sqrt{D.(D-4f')}}{2}} \end{cases}$$

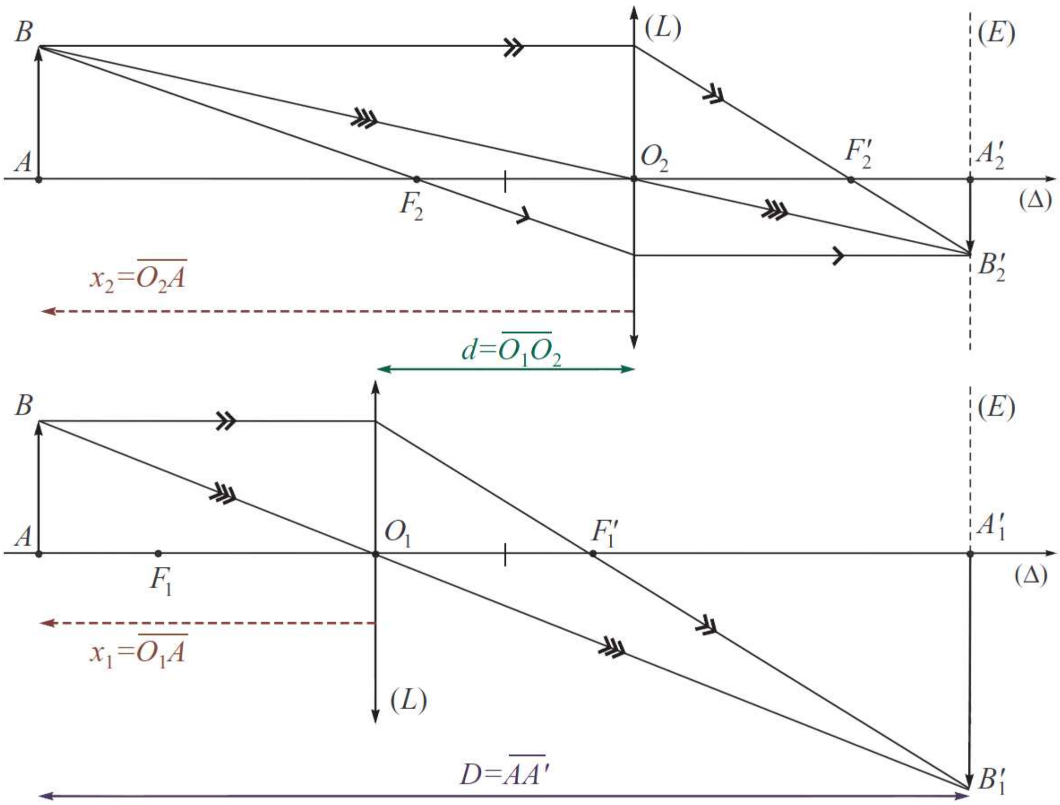
On en déduit que O_1 et O_2 sont symétriques l'un de l'autre par rapport au milieu de AA'.

5) Les deux constructions possibles sont représentées ci-contre.
L'image $A_1'B_1'$ est réelle, renversée et agrandie par rapport à l'objet AB ($|G_{t1}| > 1$). Quant à l'image $A_2'B_2'$, elle est réelle, renversée et réduite ($|G_{t2}| < 1$).
Cf. Figures page suivante.

6) Plus précisément :

$$\left.\begin{array}{l} G_{t_1} = \dfrac{\overline{A_1'B_1'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}} = \dfrac{D+x_1}{x_1} = \dfrac{-D+\sqrt{\Delta}}{D+\sqrt{\Delta}} \\ G_{t_2} = \dfrac{\overline{A_2'B_2'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A}} = \dfrac{D+x_2}{x_2} = \dfrac{D+\sqrt{\Delta}}{-D+\sqrt{\Delta}} \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{G_{t_1}.G_{t_2} = 1} \rightarrow G_{t_1} = \frac{1}{G_{t_2}}$$

DM7 • Opt.



7) De la connaissance de x_1 et x_2 on en déduit la distance $d = \overline{O_1O_2}$ séparant les deux positions de la lentille qui conduisent à deux images réelles $A'_1B'_1$ et $A'_2B'_2$ à la distance D de l'objet AB :

$$d = \overline{O_1O_2} = \overline{O_1A} + \overline{AO_2} = x_1 - x_2 \quad \Rightarrow \text{ soit : } \boxed{d = \sqrt{\Delta}}$$

Comme $d^2 = D^2 - 4Df'$, la distance focale image f' de $\mathcal{L}$ s'exprime en fonction des seules distances d et D :

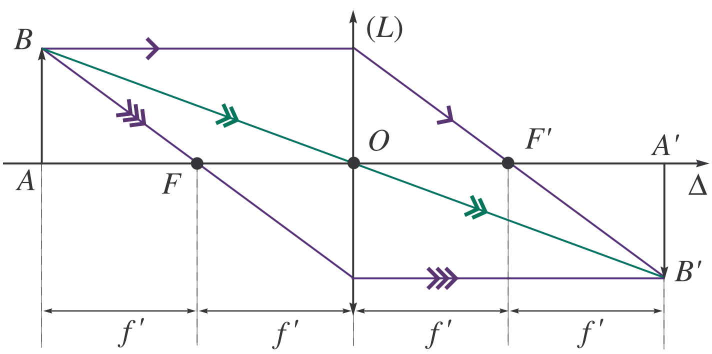
$$\boxed{f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}}$$

8) A.N. : $\boxed{f' = 0,199\ m = 19,9\ cm}$

9) dans le $\boxed{\text{cas où } D = 4f'}$, $\Delta = 0$ (cf. **3)**). Alors $x_1 = x_2 = -\dfrac{D}{2} = -2f'$.
C'est la situation où la lentille est dans le plan médiateur de $[A, A']$

Alors : $O_1 = O_2$, $A'_1B'_1 = A'_2B'_2$, $G_{t_1} = G_{t_2} = -1$, et $\boxed{f' = \dfrac{D}{4}}$

Dans ce cas : $\overline{AF} = \overline{FO} = \overline{OF'} = \overline{F'A'} = f'$: on parle de montage « 4f »



II Famille des halogènes [CCP MP 2009]

1) La famille des halogènes correspond à l'avant-dernière colonne du tableau périodique, elle précède la famille des gaz nobles. Les halogènes ont une **configuration de valence** $ns^2\ np^5$ soit **7 électrons de valence.**

2) Le chlore étant le deuxième élément de la famille des halogènes, sa couche de valence est la couche $n = 3$, les couches de cœur étant remplies. On en déduit la configuration électronique du chlore dans son état fondamental :

$$\boxed{Cl\ :\ 1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^5}$$

• **Rq :** Noter que l'énoncé ne donne pas le numéro atomique du chlore. Voilà pourquoi il est bon de connaître les trois premières lignes de la classification périodique ! Si ce n'est pas le cas, il faut au moins se rappeler que la colonne des halogènes commence à la deuxième période, le premier étant le fluor pour $n = 2$ et donc $n = 3$ pour le chlore.

3) Il reste un électron célibataire dans un des orbitales atomiques 3p du chlore puisque :
- une sous-couche np contient 3 O.A., chacune pouvant accueillir 2 électrons au maximum
- et que le chlore possède 5 électrons sur la sous-couche 3p

$$3p^5 \quad \boxed{\uparrow\downarrow}\boxed{\uparrow\downarrow}\boxed{\uparrow\ \ }$$

Les nombres quantiques principal et secondaire sont donc fixés à $n = 3$ et $l = 1$. L'électron célibataire peut prendre toutes les valeurs possibles de m_l, soit entre -1 et 1 et les valeurs de spin $+1/2$ et $-1/2$. Donc si on écrit le quadruplet de nombres quantiques (n, l, m_l, m_s) les valeurs possibles sont :

$$\boxed{\begin{array}{ccc} \left(3,1,-1,-\frac{1}{2}\right) & \left(3,1,0,-\frac{1}{2}\right) & \left(3,1,1,-\frac{1}{2}\right) \\ \left(3,1,-1,\frac{1}{2}\right) & \left(3,1,0,\frac{1}{2}\right) & \left(3,1,1,\frac{1}{2}\right) \end{array}}$$

4) L'électronégativité est l'aptitude d'un atome à attirer vers lui les électrons d'une liaison. L'électronégativité augmente lorsqu'on parcourt une colonne du tableau périodique de bas en haut. On peut ainsi attribuer l'électronégativité de chaque halogène en fonction de sa place dans la colonne :

F	:	4,0
Cl	:	3,0
Br	:	2,8
I	:	2,5

• **Rq :** Comme l'électronégativité augmente de gauche à droite sur une ligne du tableau périodique, les halogènes sont les éléments les plus électronégatifs.

DM7 • Opt.