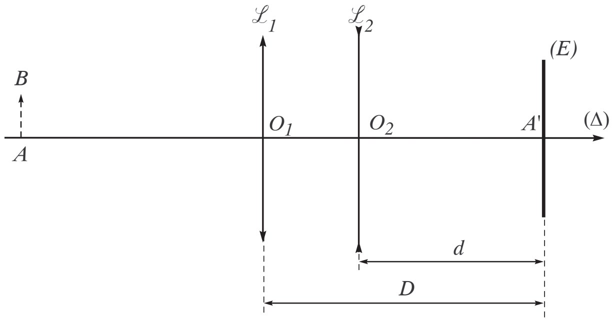
DM6 • Latitude de mise au point

Sur le schéma, la distance D est fixe ; le réglage du système est réalisé en jouant sur la distance d.
Données : $f'_1 = 4\ cm$ et $f'_2 = -6\ cm$.

On note : $AB \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1B_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'B'$.



1. Questions préléminaires (cours) :

Où doit se trouver un objet pour qu'une lentille divergente (de centre O_2, de foyer objet F_2, de foyer image F'_2) en donne une image *réelle* ? et dans ce cas, l'image réelle se trouve-t-elle *avant* ou *après* l'objet ? Quelle est alors la nature de l'objet pour la lentille divergente ?

2. Mise au point à l'infini

2.a) Les sytème est réglé de façon à ce que les objets à l'infini donnent une image nette sur l'écran. Quel est nécessairement le signe de $D - f'_1$ pour que ceci soit possible ?
2.b) Lorsque cette condition est réalisée, quelle est la valeur de d, notée d_∞, correspondant à ce réglage ?
Pour répondre à cette question, il faudra montrer que d_∞ vérifie l'équation du second degré suivante :

$$d_\infty^2 + (f'_1 - D)\, d_\infty - f'_2\,(f'_1 - D) = 0 \qquad \underline{\text{Rép :}}\ d_\infty = \frac{1}{2}\left[D - f'_1 + \sqrt{(D - f'_1)\,(D - f'_1 - 4f'_2)}\right]$$

2.c) Si $D = 5\ cm$, que vaut d_∞ ?
→ Faire un schéma du système et construire l'image d'un objet AB à l'infini vu sous l'angle α, pour $D = 5\ cm$.
2.d) Établir que la taille de l'image vérifie la relation $\overline{A'B'} = -\alpha\,\dfrac{d_\infty\, f'_1}{f'_1 + d_\infty - D}$.

3. Modification du système

3.a) Lorsque l'on veut mettre au point sur un objet à distance finie, dans quel sens faut-il déplacer la lentille divergente ?
3.b) On souhaite réaliser un système tel que d_∞ corresponde à la valeur D.
→ Quelle est la longueur $D = d_\infty$ à donner au système dans ce cas ?
Indication : deux lentilles minces (de vergences V_1 et V_2) se comportent, si elles sont accolées, comme une lentille unique de vergence égale à la somme des deux vergences.

4. Latitude de mise au point

4.a) Dans le cas précédent ($D = 12\ cm$), indiquer la profondeur de mise au point du système, c'est-à-dire le domaine des positions de l'objet AB susceptibles de donner une image nette sur l'écran lorsqu'on donne à d une valeur adaptée.
4.b) Avec $D = 12\ cm$ et $d = \overline{O_2A'} = +6\ cm$, faire une construction soignée à l'échelle 1 permettant de déterminer la position de A à partir de A'.
Retrouver le résultat par le calcul (donner les valeurs de $\overline{O_2A_1}$ et de $\overline{O_1A}$).

Solution

1. Questions préliminaires (cours) :

Pour qu'une lentille divergente donne une image *réelle* d'un objet, il faut que cet objet se trouve **entre le foyer objet (F_2) et le centre optique (O_2).** Dans ce cas, l'image réelle se trouve-t-elle **après** l'objet.
→ L'objet est donc un objet **virtuel** pour la lentille divergente.

2. Mise au point à l'infini

2.a) $AB \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1B_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'B'$.
L'image $A'B'$ doit être *réelle* puisqu'elle est recueillie sur une écran.
Il faut donc, d'après la question **I.0)** que les points O_2, A_1 et A' soient dans cet ordre sur l'axe.
De plus, si A est à l'infini, alors $A_1 = F_1'$. On a donc : $\overline{O_1A_1} = f_1' \leq D$, soit : $\boxed{D - f_1' \geq 0}$.

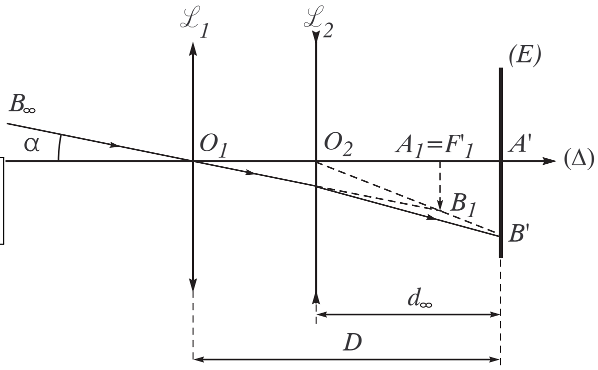
2.b) La relation de DESCARTES pour $\mathcal{L}_2$ s'écrit $(A_1 = F_1')$: $\dfrac{1}{\overline{O_2A'}} - \dfrac{1}{\overline{O_2F_1'}} = \dfrac{1}{f_2'}$,
avec, dans ce cas : $\overline{O_2A'} \equiv d_\infty$, et $\overline{O_2F_1'} = f_1' - D + d_\infty$,
soit : $d_\infty^2 + (f_1' - D)\, d_\infty - f_2'\,(f_1' - D) = 0$
Le discriminant de cette équation du second degré est :

$$\Delta = (f_1' - D)^2 + 4f_2'\,(f_1' - D) = (D - f_1')\,(D - f_1' - 4f_2')$$

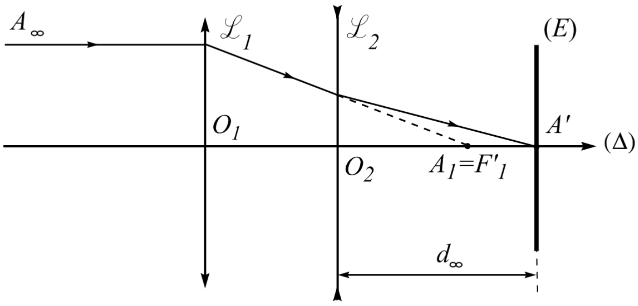
et $\Delta > 0$ car $D - f_1' \geq 0$ et $f_2' < 0$.

Il y a donc deux solutions dont une seule est positive, la seule acceptable :

$$\boxed{d_\infty = \frac{1}{2}\left[D - f_1' + \sqrt{(D - f_1')\,(D - f_1' - 4f_2')}\right]}$$



2.c) Si $D = 5\ cm$, alors $\boxed{d_\infty = 3\ cm}$.
L'image A_1B_1 est dans le plan focal image de $\mathcal{L}_1$.
Comme un rayon passant par O_2 n'est pas dévié, on a O_2, B_1 et B' alignés.

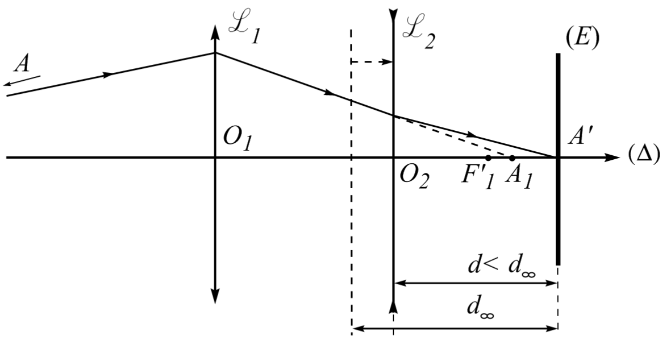


2.d) D'après le schéma, dans les conditions de GAUSS :
$\overline{A_1B_1} = -\alpha f_1'$ et $\overline{A'B'} = -\dfrac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2F_1'}}\,\overline{A_1B_1}$.

D'où : $\boxed{\overline{A'B'} = -\alpha\,\dfrac{d_\infty f_1'}{f_1' + d_\infty - D}}$

3. Modification du système

3.a) Dans cette question, l'objet AB est à une distance finie de $\mathcal{L}_1$. Pour que $\mathcal{L}_1$ fasse de l'objet réel AB une image A_1B_1 réelle, il faut que l'objet soit *avant* le foyer objet F_1 ; et dans ce cas, l'image A_1B_1 est *après* le foyer image F_1'.
Cette image A_1B_1 est objet virtuel pour $\mathcal{L}_2$ qui, dans le cas précédent, conjuguait $A_1 = F_1'$ avec A'.



Maintenant que A_1 est *après* F_1', il faut rapprocher $\mathcal{L}_2$ de A_1 (donc de l'écran) pour à nouveau conjuguer A_1 avec un point image A' sur l'écran immobile.
Il faut donc diminuer la distance d : $d < d_\infty$.

3.b) Si $d_\infty = D$, cela signifie que les deux lentilles sont accolées pour conjuguer un point à l'infini A_∞ avec un point A' sur l'écran. Deux lentilles minces accolées étant équivalentes à une seule lentille mince, l'écran matérialise alors le plan focal image de cette lentille équivalente.

Donc : $d_\infty = D = f'_{eq} = \dfrac{1}{V_{eq}} = \dfrac{1}{V_1 + V_2}$ avec $V_1 = \dfrac{1}{f_1'}$ et $V_2 = \dfrac{1}{f_2'}$

soit : $\boxed{d_\infty = D = \dfrac{f_1' f'2}{f_1' + f_2'} = 12\ cm}$

4. Latitude de mise au point

4.a) Profondeur de mise au point du système : elle est associée aux positions limites de la lentille $\mathcal{L}_2$:

- le cas limite $d = D$ correspond à la question précédente : l'objet A est à linfini.
- dans le cas limite où $d = 0$, A_1B_1 est confondu avec $A'B'$ car $O_2 = A_1 = A'$.

La formule de conjugaison de $\mathcal{L}_1$: $\dfrac{1}{\overline{O_1A_1}} - \dfrac{1}{\overline{O_1A}} = \dfrac{1}{f_1'}$ conduit à

$$\overline{O_1A} = f_2' = -6\ cm \quad (\text{car } \frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{D} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'})$$

CI : la plage de mise au point est donc de l'infini à 6 cm *en avant* de $\mathcal{L}_1$.

4.b)

- Avec $D = 12\ cm$ et $d = \overline{O_2A'} = +6\ cm$, on a :
$\dfrac{1}{\overline{O_2A'}} - \dfrac{1}{\overline{O_2A_1}} = \dfrac{1}{f_2'} \Rightarrow \boxed{\overline{O_2A_1} = 3\ cm}$.
- On en déduit que $\overline{O_1A_1} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_1} = D - d + \overline{O_2A_1} = 9\ cm$.

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'} \Rightarrow \boxed{\overline{O_1A} = -7,2\ cm}.$$