EXERCICE 1

On considère un pendule composé constitué :

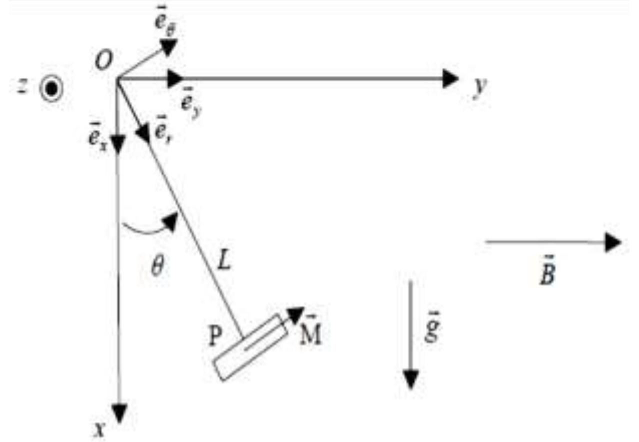
<table>
<tr>
<td>

-d'une tige *OP* homogène de masse *m*', de longueur *L*, de milieu *C*.

-d'un petit aimant, considéré comme ponctuel, de masse *m* et de moment magnétique $\overrightarrow{M}$, suspendu rigidement à l'extrémité *P* de la tige *OP* .

Le système { tige + aimant } peut effectuer des mouvements de rotation dans le plan vertical (*Oxy*), autour de l'axe horizontal (*Oz*).

</td>
<td>



</td>
</tr>
</table>

Durant les oscillations du système, le moment magnétique $\overrightarrow{M}$ reste constamment perpendiculaire à $\overrightarrow{OP}$.

On négligera le moment d'inertie de la tige devant celui de l'aimant (de moment d'inertie J= mL^2) et le poids de la tige devant celui de l'aimant.

La position du système{ tige + aimant } est repérée par l'angle θ que fait la tige avec la verticale.

L'étude sera menée dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

L'ensemble ainsi décrit se trouve dans le champ de pesanteur terrestre caractérisé par le vecteur $\vec{g}$ tel que $\vec{g} = g\overrightarrow{u_x}$

On négligera tout frottement.

Le système est maintenant plongé dans un champ magnétique $\vec{B} = B\overrightarrow{u_y}$ uniforme et horizontal. ***La valeur algébrique de B peut être positive ou négative.***

1- Quelle est l'expression vectorielle du couple $\vec{\Gamma}$ qui s'exerce sur l'aimant compte tenu de la présence du champ magnétique ? On exprimera $\vec{\Gamma}$ en fonction de *M, B*, θ et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.

2- En appliquant le théorème du moment cinétique au système { tige + aimant }, par rapport au point *O*, en coordonnées cylindriques, déterminer l'équation différentielle du second ordre vérifiée par l'angle θ .

3- Par intégration par rapport au temps de l'équation différentielle précédente, déterminer l'expression de l'énergie cinétique *Ec* et de l'énergie potentielle *Ep* du système { tige + aimant }. On prendra la référence de l'énergie potentielle dans la position repérée par l'angle θ = 90° càd Ep(90°)=0.

[Réponse : $Ec = \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2$, $Ep = -\left(MB + mgL\right)\cos\left(\theta\right)$]

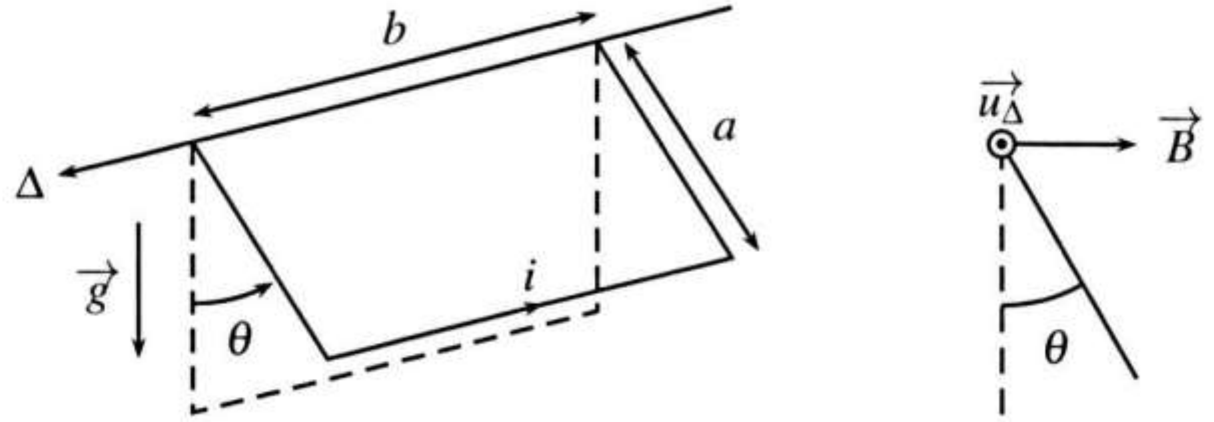
4- En utilisant l'expression de l'énergie potentielle obtenue précédemment, déterminer les positions d'équilibre du système.

Etudier la stabilité de ces positions d'équilibre. On distinguera clairement le cas où $MB > -mgL$ et le cas où $MB < -mgL$.

5- Donner l'expression de la pulsation ω_0 des petites oscillations du système autour de ses positions d'équilibre stable en fonction de *m, g, M, B* et *L*.

EXERCICE 2

Un cadre conducteur tourne sans frottement autour de l' axe Δ Il est composé de 4 segments, 2 de longueur a, 2 de longueur b. La masse totale du cadre est m, son moment d'inertie par rapport à Δ est J.



Un dispositif, non représenté sur la figure, impose une intensité du courant i constante dans le cadre.
Le cadre est placé dans un champ de pesanteur et un champ magnétique.
Le champ magnétique est horizontal, placé dans un plan perpendiculaire à l'axe Δ.

1- Quelle est la position d'équilibre θ_0 ?

On écarte légèrement le cadre de sa position d'équilibre.

2- Quelle est la pulsation des petites oscillations alors observées autour de θ_0?

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{a}{J}\left(ibB + \frac{mg}{2}\right)}$$