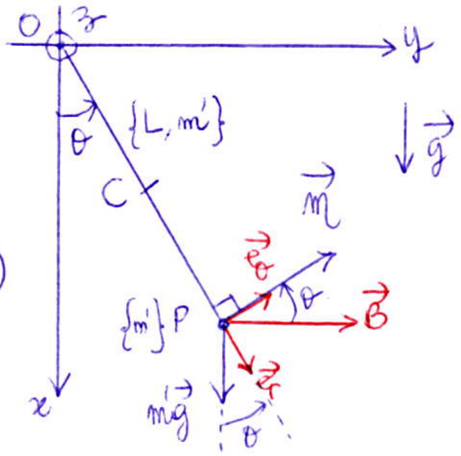
$\frac{\ }{18}$

Exercice 1 : $\left| \begin{array}{l} J_{tige} \ll J_{aimant} = mL^2 = J \\ m' g \ll mg \end{array} \right.$



$S = \{$tige & aimant$\}$ étudié ds $\mathcal{R}_T$ supposé galiléen soumis à :

→ son poids $\vec{P} = m\vec{g} + m'\vec{g} \simeq m\vec{g}$

de moment $\vec{\mathcal{M}}_O(m\vec{g}) = \vec{OP} \times m\vec{g} = L\vec{e_r} \times (mg\cos\theta\,\vec{e_r} - mg\sin\theta\,\vec{e_\theta})$

$= -mgL\sin\theta\,\vec{e_z}$

→ aux actions de la liaison pivot, supposé parfait : $\vec{\mathcal{M}}_O(\text{liaison}) \cdot \vec{e_z} = 0$

→ à la force de Laplace de résultante nulle mais de mom^t :

$\vec{\Gamma}_L = \vec{\mathcal{M}} \times \vec{B} = \mathcal{M}\,\vec{e_\theta} \times (B\cos\theta\,\vec{e_\theta} + B\sin\theta\,\vec{e_r}) = \mathcal{M}B\sin\theta\,(-\vec{e_z})$ avec $B>0$ ou <0

3 1) $\boxed{\vec{\Gamma} = -\mathcal{M}B\sin\theta\,\vec{e_z}}$

2) <u>Thm du M^t Cinétique scalaire</u> : $\frac{dL_\Delta}{dt} = \mathcal{M}_{\Delta,ext}$: $J\ddot{\theta} = \Gamma_z + \cancel{\mathcal{M}_{Oz,\ell}} + \mathcal{M}_{Oz,m\vec{g}} = -\mathcal{M}B\sin\theta - mgL\sin\theta$

3 $\boxed{J\ddot{\theta} + (\mathcal{M}B + mgL)\sin\theta = 0}$ (*)

3) $(*)\dot{\theta} \longrightarrow$ $J\ddot{\theta}\dot{\theta} + (\mathcal{M}B + mgL)\sin\theta \cdot \dot{\theta} = 0$

2 $\int \longrightarrow$ $\underbrace{\frac{1}{2}J\dot{\theta}^2}_{E_k} + \underbrace{-(\mathcal{M}B + mgL)\cos\theta}_{E_p} = \underbrace{cte}_{E_m}$ Intégrale 1ère de l'énergie mécanique

avec $\boxed{E_k = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2}$

$\boxed{E_p = -(\mathcal{M}B + mgL)\cos\theta}$

1 4). à l'équilibre $\left(\frac{dE_p}{d\theta}\right)(\theta_{eq}) = 0$

θ_1 1

θ_2 1 OR $\frac{dE_p}{d\theta} = (\mathcal{M}B + mgL)\sin\theta$ $\Bigg\} \longrightarrow$ $\boxed{\theta_1 = 0 \quad \text{ou} \quad \theta_2 = \pi}$

• Equilibre stable $\Longleftrightarrow$ $\left(\frac{d^2E_p}{d\theta^2}\right)(\theta_{eq}) > 0$ OR $\frac{d^2E_p}{d\theta^2} = (\mathcal{M}B + mgL)\cos\theta$

4

	$\mathcal{M}B > -mgL$	$\mathcal{M}B < -mgL$
$\left(\frac{d^2E_p}{d\theta^2}\right)(\theta_1)$	>0 Équilibre STABLE	<0 Équilibre INSTABLE
$\left(\frac{d^2E_p}{d\theta^2}\right)(\theta_2)$	<0 Équilibre INSTABLE	>0 Équilibre STABLE

5) Cas des petites oscillations autour de la posit° d'équilibre stable

$\theta = \theta_{eq} + \varepsilon$

(*)

$\theta_1 = 0 \quad (MB > -mgL)$	$\theta_2 = \pi \quad (MB < -mgL)$
$\ddot{\varepsilon} + \dfrac{MB + mgL}{J} \sin(0 + \varepsilon) = 0$	$\ddot{\varepsilon} + \dfrac{MB + mgL}{J} \sin(\pi + \varepsilon) = 0$
$\ddot{\varepsilon} + \dfrac{MB + mgL}{J} \sin \varepsilon = 0$	$\ddot{\varepsilon} - \dfrac{MB + mgL}{J} \sin \varepsilon = 0$
Petits angles $\quad \ddot{\varepsilon} + \omega_0^2 \varepsilon = 0$	$\ddot{\varepsilon} + \omega_0^2 \varepsilon = 0$
$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{MB + mgL}{J}}$	$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{-(MB + mgL)}{J}}$

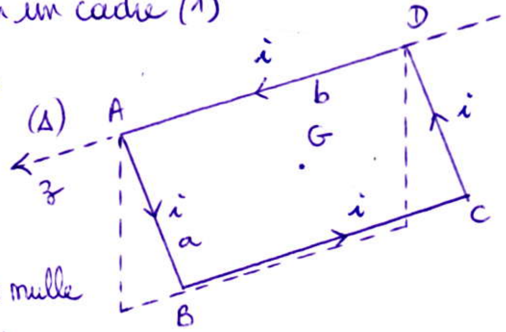
3 Cl : $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\dfrac{\lvert MB + mgL \rvert}{J}}}$

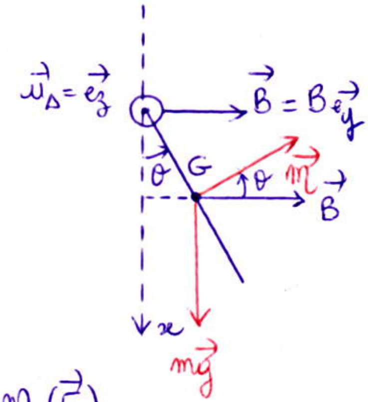
/10

IFL2 - E7 Action magnétique sur un cadre (1)

1) $S = \{\text{cadre}, m\}$ ds $\vec B = B\vec{e_y}$ uniforme

soumis | à son poids $m\vec g$
| à la réact° du support (Δ)
| aux f°es de Laplace de résultante nulle





Th Scalaire du mom^t cinétique : $\frac{dL_\Delta}{dt} = \mathcal{M}_\Delta(\text{poids}) + \mathcal{M}_\Delta(\underset{\text{parfaite}}{\cancel{\text{liaison}}}\ \text{pivot}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F_L})$

$= (\vec{OG} \times m\vec g)\cdot\vec{e_\Delta} + 0 + (\vec{\mathcal M} \times \vec B)\cdot\vec{e_\Delta}$

$L_\Delta = J\omega = J\dot\theta$

$\mathcal M = iab$

$J\ddot\theta = -mg\frac{a}{2}\sin\theta + (\mathcal M . B . \sin(\vec{\mathcal M}, \vec B)\underbrace{\vec{e_z})\cdot\vec{e_\Delta}}_{1}$

6 (*) $\boxed{J\ddot\theta = -mg\frac{a}{2}\sin\theta + iabB\sin(-\theta)}$

A l'équilibre $\theta = cte = \theta_0$:

2 ↳ $\sin\theta_0\left(-mg\frac{a}{2} - iabB\right) = 0 \Longrightarrow \boxed{\theta_0 = 0}$

2) si on écarte le cadre de sa position d'équilibre d'1 petit angle α : $\theta = \cancel{\theta_0} + \alpha \ll 1\,\text{rad}$

le Thm du M^t C scalaire :

2 $J\ddot\theta + \left(mg\frac{a}{2} + iabB\right)\sin\theta = 0$ avec $\sin\theta \simeq \theta$

ou encore $\ddot\theta + \omega_0^2\theta = 0$ $\theta = \theta_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{J}\left(mg\frac{a}{2} + iabB\right)}$

période des petites oscillat°:

$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{a\left(\frac{mg}{2} + ibB\right)}}}$