➤ DS n°7

Samedi 03 mai mars 2014

I Étude du système liquide-vapeur

Les parties **A**, **B** *et* **C** *sont, dans une très large mesure, indépendantes les unes des autres.*
Ce problème a pour objectif l'étude du système liquide-vapeur de l'eau et son utilisation dans le circuit secondaire des centrales nucléaires.

L'équilibre entre l'eau liquide et sa vapeur est caractérisé, à différentes températures, par les données suivantes :

		Liquide saturant		Vapeur saturante	
θ ($°C$)	P_s (bar)	v_l ($m^3.kg^{-1}$)	h_l ($kJ.kg^{-1}$)	v_g ($m^3.kg^{-1}$)	h_g ($kJ.kg^{-1}$)
35	$0,056$	$1,00.10^{-3}$	$146,34$	$25,24$	$2\,560,67$
50	$0,123$	$1,01.10^{-3}$	$208,96$	$12,04$	$2\,587,42$
100	$1,013$	$1,04.10^{-3}$	$418,42$	$1,673$	$2\,671,44$
185	$11,238$	$1,13.10^{-3}$	$784,17$	$0,174$	$2\,778,03$
285	$69,200$	$1,35.10^{-3}$	$1\,261,11$	$0,028$	$2\,768,83$

avec : $\begin{cases} \theta & : \text{température en degré Celsius} \\ P_s & : \text{pression de vapeur saturante} \\ v_l & : \text{volume massique du liquide saturant} \\ h_l & : \text{enthalpie massique du liquide saturant} \\ v_g & : \text{volume massique de la vapeur saturante} \\ h_g & : \text{enthalpie massique de la vapeur saturante} \end{cases}$

A. Diagramme de Clapeyron (P, v) du système liquide-vapeur de l'eau

On désigne par P la pression du système liquide-vapeur et par v son volume massique.
1) Représenter l'allure du diagramme de Clapeyron (P, v) de l'eau.
On prendra soin de préciser la position du point critique C, les domaines liquide Ⓛ, liquide + vapeur Ⓛ + Ⓥ, et vapeur Ⓥ.

2) Représenter, sur le diagramme précédent l'allure de l'isotherme critique T_C et préciser ses caractéristiques.

3) Représenter, sur le diagramme précédent l'allure d'une isotherme $T < T_C$ et justifier la présence d'un palier sur cette isotherme.

4) On rappelle que le titre massique en vapeur x d'un système liquide-vapeur est égal au rapport entre la masse m_g d'eau à l'état de vapeur saturante et la masse totale m du système.
On désigne, respectivement par : v et h, le volume massique et l'enthalpie massique du système liquide-vapeur.
Montrer que le titre massique en vapeur x est donné par l'une quelconque des relations ci-dessous :

$$x = \frac{v - v_l}{v_g - v_l} \qquad x = \frac{h - h_l}{h_g - h_l}$$

5) On désigne par $l_{\text{vap}}(T)$ la chaleur latente massique de vaporisation à la température T.
Rappeler la relation reliant $l_{\text{vap}}(T)$ à $h_g(T)$ et $h_l(T)$.
Calculer l_{vap} à $35°C$, $50°C$, $100°C$, $185°C$ et $285°C$.

B. Détente adiabatique réversible d'un système liquide-vapeur

On dispose d'un cylindre indéformable muni d'un piston. Le cylindre et le piston ont des parois calorifugées.
L'entropie massique $s(x,T)$ d'un système liquide-vapeur, de titre massique en vapeur x, en équilibre à la température T est donnée par la relation $s(x,T) = c_l.\ln(T) + \dfrac{x.l_{\text{vap}}(T)}{T} + \text{Cste}$, dans laquelle c_l désigne la capacité thermique massique du liquide saturant.
Le piston est, initialement, fixé dans une position qui délimite un volume $V = 10\ L$ dans le cylindre.
L'introduction d'une masse $m = 10\ g$ d'eau dans le cylindre permet d'obtenir un système liquide-vapeur en équilibre à la température $\theta = 100°C$.

6) calculer le titre massique en vapeur x de ce système.

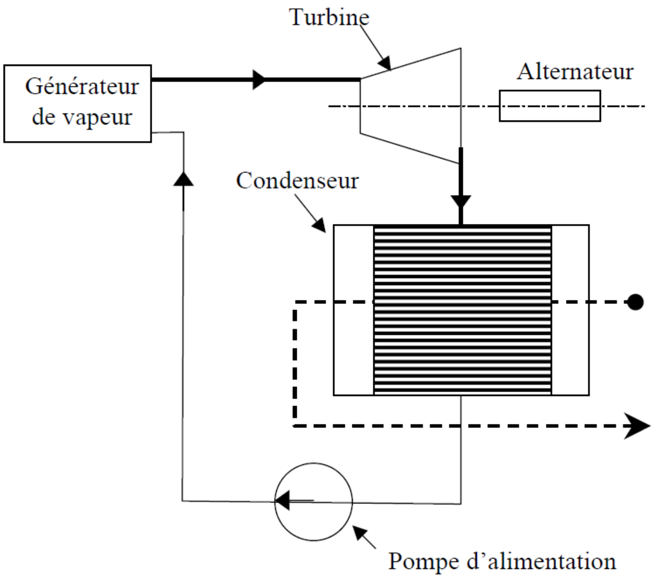
7) On fait subir au système liquide-vapeur défini ci-dessus une détente adiabatique réversible de la température θ à la température $\theta' = 50°C$.
Sachant que c_l reste constante au cours de cette détente et égale à $4,18\ kJ.kg^{-1}.K^{-1}$, calculer le titre massique en vapeur x' du système liquide-vapeur à la fin de la détente.

8) Quel titre massique en vapeur x'' devrait on prendre à la température $\theta = 100°C$, pour qu'au cours de la détente définie à la question précédente (**7)**) ce titre reste constant ?

■ *Dans la suite du problème tous les calculs se rapporteront à une masse $m = 1\ kg$ de fluide. La capacité thermique massique c_l du liquide est constante et vaut $4,18\ kJ.kg^{-1}.K^{-1}$.*

C. Modèle de fonctionnement d'une turbine à vapeur. Cycle de Rankine

Le circuit secondaire d'une centrale nucléaire comporte les éléments suivants : un générateur de vapeur, une turbine, un condenseur et une pompe d'alimentation (voir la figure ci-contre).
Les transformations subies par l'eau dans ce circuit sont modélisées par le cycle de Rankine décrit ci-dessous :



• $A \rightarrow B$: compression adiabatique réversible du liquide, dans la pompe d'alimentation, de la pression $P_1 = 0,056\ bar$ à la pression $P_2 = 69,200\ bar$. Le liquide est saturant à la sortie du condenseur à la pression P_1 (état A).Cette compression entraîne une élévation $\Delta T = T_B - T_A$ de la température du liquide.
• $B \rightarrow D$: échauffement isobare du liquide dans le générateur de vapeur qui amène le liquide de l'état B à l'état de liquide saturant sous la pression P_2 (état D).
• $D \rightarrow E$: vaporisation totale, dans le générateur de vapeur, sous la pression P_2. En E la vapeur est saturante-sèche.
• $E \rightarrow F$: détente adiabatique réversible, dans la turbine, de P_2 à P_1. On suppose qu'en F le système est diphasé.
• $F \rightarrow A$: liquéfaction totale, dans le condenseur, sous la pression P_1, de la vapeur présente dans l'état F.

9) Quelle est la température au point A ? au point D ? au point F ? Justifier brièvement.

10) Représenter le cycle décrit par l'eau dans le diagramme de Clapeyron (P, v).

■ *L'entropie massique du liquide s'écrit, en fonction des variables T et P :*

$$s(T,P) = c_l.\ln(T) - \alpha v_l.P + \text{Cte}$$

α désigne le coefficient de dilatation isobare de l'eau liquide, supposé constant. Il vaut $1,5.10^{-4}\ K^{-1}$ et v_l son volume massique : $v_l = 10^{-3}\ m^3.kg^{-1}$

11) On note $\Delta T = T_B - T_A$ l'élévation de la température du liquide dans la pompe d'alimentation. Sachant que $\Delta T \ll T_A$, calculer ΔT.

■ *Dans la suite du problème on négligera ΔT. C'est-à-dire que l'on considèrera que A et B sont sur la même isotherme.*

12) Calculer le titre x_F et l'enthalpie massique h_F du système liquide-vapeur sortant de la turbine (état F).

13) Calculer quantités d'énergie Q_1 et Q_2 reçues (échangées) par 1 kg d'eau, par transfert thermique, respectivement, dans le condenseur et dans le générateur de vapeur.

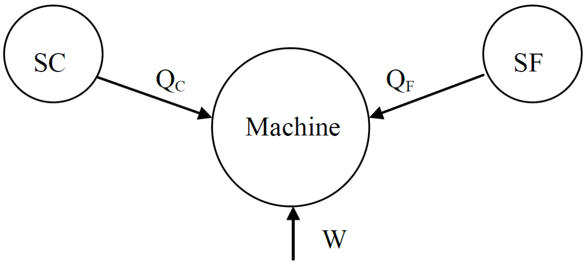
14) Calculer le travail W reçu (échangé), par 1 kg de fluide, au cours du cycle.

15) Calculer l'efficacité ρ (ou rendement thermodynamique) du cycle. Comparer cette efficacité à celle ρ_C d'un cycle de Carnot décrit entre les mêmes températures extrêmes $T_1 = T_A$ et $T_2 = T_D$.

II Machines thermiques

Au quotidien, nous utilisons l'énergie sous différentes formes et avec différents appareils. Dans ce problème, nous allons nous intéresser au fonctionnement de machines motrices et réceptrices dont le rôle est de transformer une forme d'énergie en une autre, notamment mécanique et thermique.

La machine thermique imaginée par Carnot en 1824 fonctionne, de façon cyclique, au contact de deux thermostats appelés aussi sources de chaleur dont la température est considérée comme constante.
L'objectif de Carnot fut d'optimiser le rendement et l'efficacité de ces machines.



Les notations utilisées sont les suivantes :
- W : transfert mécanique ou travail échangé entre la machine et l'extérieur.
- Q : transfert thermique ou chaleur échangée entre la machine et l'extérieur.
- SC : source chaude à la température T_C. Elle échange la chaleur Q_C avec la machine.
- SF : source froide à la température T_F. Elle échange la chaleur Q_F avec la machine.

Par convention $T_C > T_F$.

A. Principes de la thermodynamique

1) Préciser les signes de W, Q_C, Q_F pour le fonctionnement de trois types de machines : moteur (M), réfrigérateur (RF) et pompe à chaleur (PAC).

2) Définir, en fonction de Q_C, Q_F et W, le rendement η du moteur, ainsi que les efficacités e_{RF} et e_{PAC} du réfrigérateur et de la pompe à chaleur.

3) Si l'évolution des machines est réversible, exprimer les relations données par les deux principes de la thermodynamique. On rappelle que chaque machine fonctionne de façon cyclique.

4) En déduire, dans cette évolution réversible, le rendement de Carnot η_C et les efficacités e_{RF} et e_{PAC} en fonction des températures.

■ On suppose maintenant un fonctionnement irréversible du moteur.

5) On note σ l'entropie créée. Quel est le signe de cette quantité ?

6) Que devient l'expression du second principe pour un fonctionnement cyclique de la machine ?

7) Montrer que la nouvelle expression du rendement du moteur s'écrit : $\eta = \eta_C - \sigma.\dfrac{T_F}{Q_C}$.
Ce rendement est il plus grand ou plus petit que η_C ?

8) Au cours d'un cycle moteur, une masse donnée de gaz échange le travail $W = -15\ kJ/\text{cycle}$.
Le degré d'irréversibilité, défini par $r = \dfrac{\eta}{\eta_C}$ vaut $0,94$. On donne $T_C = 1\,450\ K$ et $T_F = 290\ K$.
Calculer les transferts thermiques Q_C et Q_F échangés au cours d'un cycle ainsi que la valeur de σ.

B. Chauffage d'une habitation

■ On souhaite maintenir la température d'une habitation (H) à la température $T_H = 293\ K$, alors que la température de l'extérieur (E) est égale à $T_E = 273\ K$.
Pour cela on doit fournir à la maison la puissance thermique $\Phi = 12\ kW$ qui correspond aux pertes thermiques.
On propose dans cette partie de comparer différents procédés de chauffage.

■ On chauffe directement la maison en utilisant du bois comme combustible.

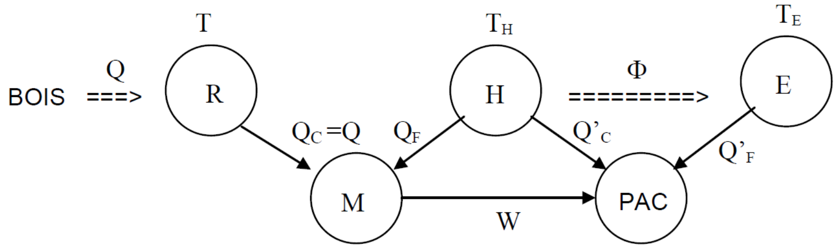
9) Déterminer la masse m_B de bois consommée par heure sachant que le pouvoir calorifique du bois est : $q_B = 18\ MJ/kg$.

■ On utilise maintenant une PAC fonctionnant réversiblement.

10) Calculer l'efficacité e_1 de la PAC.

11) En déduire la puissance électrique du moteur alimentant la PAC.

■ On imagine maintenant que le bois est utilisé pour maintenir la température $T = 573\ K$, d'un réservoir (R) qui sert de SC à un moteur dont la SF est constituée par habitation (H).



Le travail fourni par le moteur est intégralement transformé en énergie électrique.
Celle-ci sert à alimenter une PAC fonctionnant réversiblement entre (H) qui sert de SC et (E) qui sert de SF.
Le schéma de fonctionnement est celui de la figure ci-dessus.
On note Q la quantité de chaleur fournie par le bois et transmise au moteur par l'intermédiaire du réservoir.

12) Préciser les signes de Q_C, Q'_C, Q_F, Q'_F et de W.

13) Exprimer, en fonction de Q et des températures, la chaleur Q_H reçue par l'habitation de la part des deux machines (M et PAC), qui fonctionnent de façon réversible.

14) En déduire la masse m'_B de bois consommée par heure. Comparer m'_B et m_B.

■ Le fluide utilisé à l'intérieur de la PAC est de l'air assimilé à un gaz parfait, auquel on fait décrire un cycle réversible $ABCDA$ formé de deux isentropiques ($A \to B$ et $C \to D$) et de deux isobares ($B \to C$ et $D \to A$).

15) Tracer l'allure du cycle dans un diagramme P en fonction de V.

16) On donne $P_A = 10\ bars$, $T_A = 293\ K$, $P_C = 1\ bar$, $T_C = 273\ K$. Calculer T_B et T_D si $\gamma = 1,4$.

17) Exprimer l'efficacité e_2 de la PAC en fonction des quatre températures, puis calculer cette efficacité. La comparer à e_1.

III Moteur de Diesel

Dans le fonctionnement d'un moteur de Diesel, tout se passe comme si un système fermé constitué de masse m correspondant à n moles de gaz parfait décrivait le cycle $ABCDA$.
Les étapes successives du cycle sont les suivantes :

- $A \to B$: compression adiabatique réversible du gaz ;
- $B \to C$: détente isobare du gaz se produisant lors de la combustion du carburant ;
- $C \to D$: détente adiabatique réversible du gaz ;
- $D \to A$: refroidissement isochore du gaz.

Le gaz parfait est diatomique ($\gamma = 1,4$), de masse molaire M et de constante massique :
$r = \dfrac{R}{M} = 287\ J.kg^{-1}.K^{-1}$.
On pose : $\alpha = \dfrac{V_A}{V_B}$ *(taux de compression) et* $\beta = \dfrac{V_A}{V_C}$ *(rapport de détente)*

Données : $P_A = 10^5\ Pa$; $T_A = 300\ K$; $T_B = 1\,015\ K$; $V_A = 2,50\ L$; $V_C = 0,53\ L$

1) Représenter le cycle de Diesel dans le diagramme (P, V) dit de Watt

2) Calculer la masse m d'air qui subit le cycle.

3) Calculer (avec trois chiffres significatifs) la pression P_B (en Pa) et le volume V_B (en L) dans l'état $\{B\}$.

4) Définir le rendement ρ du moteur de Diesel.
Démontrer que ce rendement peut s'écrire sous la forme : $\rho = 1 - \dfrac{1}{\gamma}.\dfrac{\alpha^{-\gamma} - \beta^{-\gamma}}{\alpha^{-1} - \beta^{-1}}$
Effectuer l'application numérique.

On suppose que, sur $D \to A$, l'air échange au contact de l'atmosphère (considéré alors comme une source à température constante égale à T_A) au cours d'une transformation isochore.
Données :
- $T_D = 2\,436\ K$
- entropie d'un gaz parfait : $S(T, V) = C_V \ln(T) + nR\ln(V)$ avec C_V la capacité thermique à volume constant du gaz parfait considéré.

6) Exprimer la variation d'entropie ΔS_{DA} en fonction de m, r, γ, T_D et T_A.
Effectuer l'application numérique.

7) Exprimer l'entropie d'échange ${}^{\text{é}}S_{DA}$ en fonction de m, r, γ, T_D et T_A.
Effectuer l'application numérique.

8) En déduire l'entropie produite ${}^{\text{p}}S_{DA}$ en fonction de m, r, γ, T_D et T_A.
Effectuer l'application numérique. Commentaire.