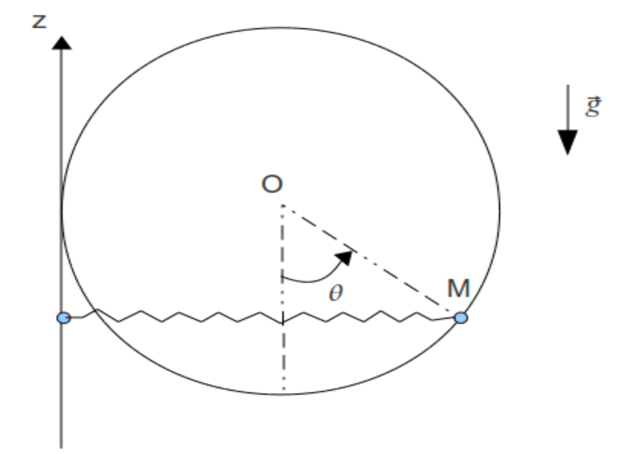
Devoir surveillé de Sciences Physiques n°5
Durée : 2h30

0 Equilibre

Un point matériel M de masse m glisse sans frottements sur un cerceau vertical de rayon R.

Le point M est fixé à un ressort dont l'autre extrémité glisse sans frottement sur un axe vertical tangent au cerceau, de sorte que le ressort reste horizontal .
On note θ l'angle que fait OM avec la verticale.
On note k la raideur du ressort ; sa longueur à vide est égale au rayon du cerceau $l_0 = R$.

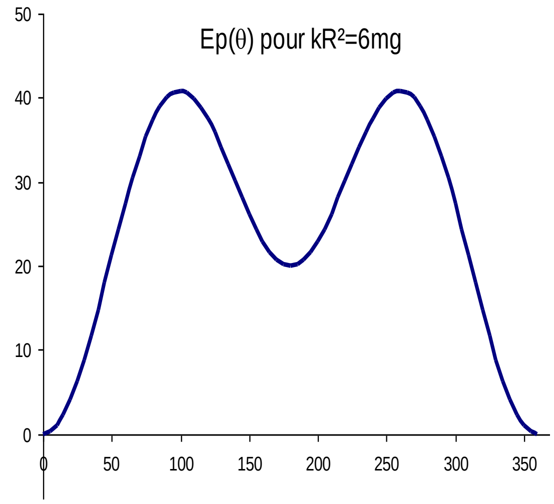


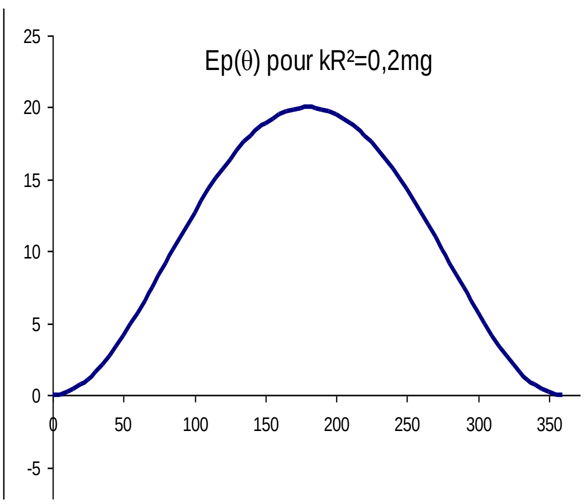
1. Montrer que le problème est conservatif
2. . Montrer que l'énergie potentielle associée au point M a pour expression :

$$E_p = mgR(1-\cos(\theta)) + \frac{1}{2}kR^2\sin(\theta)^2$$

3. Montrer que le système présente :
   - deux positions d'équilibre qui existent toujours ;
   - deux positions d'équilibre qui existent pour une condition à préciser

On pourra utiliser la notation $\alpha = \frac{mg}{kR}$



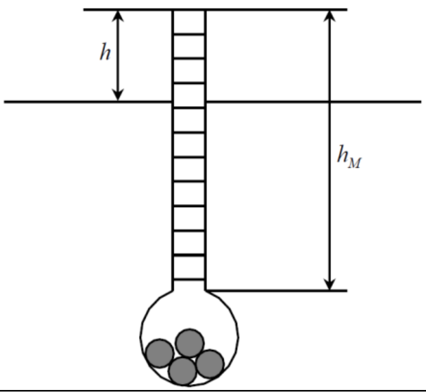


4. . Étudier la stabilité de ces positions d'équilibre.
5. Pour de petites oscillations autour de la position d'équilibre $\theta_{eq} = 0$, déterminer l'équation différentielle du mouvement, puis en déduire la période du mouvement.

Données : En $\theta \ll 1$ $\sin(\theta) \approx \theta$ *et* $\cos(\theta) \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$

I Densimètre

La densité d'un liquide est le rapport de sa masse volumique ρ sur celle ρ_0 de l'eau. Un densimètre est constitué d'une tige cylindrique de section s, de hauteur h_M et d'une boule lestée.

	L'ensemble a pour volume v et pour densité d_0 . Lorsque le densimètre est plongé dans un liquide de densité d, le système étant au repos, une certaine hauteur h de la tige émerge du liquide. On lit directement la densité sur les graduations inscrites sur la tige cylindrique (figure ci-contre).

On note *g* l'accélération de la pesanteur.

1- Déterminer la masse m du densimètre en fonction de d_0 , ρ_0 et v.

2- Exprimer la poussée d'Archimède P lorsque le densimètre est plongé dans le liquide en fonction de ρ_0 , v , h , s , d et g.

3- En déduire l'expression de d en fonction de h , $H = \frac{v}{s}$ et d_0 .

4- Dans quel intervalle doit se trouver d pour être mesurable ?

II NAVIRE À MOTEUR

Un navire, de masse m = 10^4 tonnes, file en ligne droite, à la vitesse v_0 = 15 noeuds.

La force de résistance exercée par l'eau sur la coque du bateau est du type : $F = k\,v^2$ où k est une constante et v la vitesse du bateau.

Un nœud correspond à 1 mille nautique par heure et le mille nautique est égal à 1852 m.

On se place dans un référentiel lié au port qui sera supposé galiléen.

1 Calculer la constante k sachant que le moteur fournit une puissance de 5 MW à la vitesse v_0.

2. Le navire stoppe ses machines à la distance X au large de la passe d'entrée d'un port.

Déterminer l'expression de la vitesse du navire en fonction du temps t. On posera $\delta = m/k$.

3 En déduire la distance X parcourue par le navire en fonction de δ, v_0 et v_P, la vitesse au niveau de la passe.

Calculer cette distance si on désire atteindre la passe à la vitesse de 2 noeuds.

4. Déterminer le temps T mis pour atteindre la passe.

5 Déterminer la vitesse, v_Q, à l'arrivée à quai, un demi-mille au-delà de la passe d'entrée ?

On la calculera en nœuds puis en m/s.

6 Quelle est la solution d'urgence pour arrêter le bateau ?

.

III Viscosimètre à chute verticale

Données (à pression atmosphérique et température normales) :

- *masse volumique de l'acier :* $\rho_1 = 7,86 \times 10^3\ kg.m^{-3}$
- *masse volumique de la glycérine :* $\rho_2 = 1,26 \times 10^3\ kg.m^{-3}$
- *accélération de la pesanteur :* $g = 9,81\ m.s^{-2}$
- *rayon de la bille :* $r = 5,0\ mm$

Une bille en acier, sphérique, de rayon r, est maintenue immergée dans une solution de glycérine à l'aide d'un électroaimant. A l'instant t = 0 s, on lâche la bille qui tombe ensuite verticalement.

On étudie le mouvement dans le référentiel terrestre, supposé galiléen sur la durée de la chute. Les positions du centre d'inertie de la bille seront repérées sur un axe Ox, orienté vers le bas, muni d'un vecteur unitaire $\vec{i}$ et ayant pour origine O, position initiale du centre d'inertie de la bille.

Pour cette expérience, l'expression de la valeur de la force de frottement est donnée par la formule de Stokes : $f = 6\pi.\eta.r.v$ avec η : viscosité du fluide

r : rayon de la bille (en m)

v : vitesse de la bille dans le fluide à l'instant t (en $m.s^{-1}$)

1. Bilan des forces

   1.1. Qu'est-ce qu'un référentiel galiléen ?

1.2. Retrouver, par analyse dimensionnelle, l'unité SI de la viscosité du fluide.

1.3. Faire le bilan des trois forces qui s'appliquent sur la bille.

1.4. Donner l'expression vectorielle de chacune de ces forces en <u>utilisant les notations de l'énoncé</u>.

1.5. Représenter ces forces sur un schéma (sans échelle mais en respectant la direction et le sens de leur somme vectorielle).

2. <u>Equation différentielle du mouvement</u>

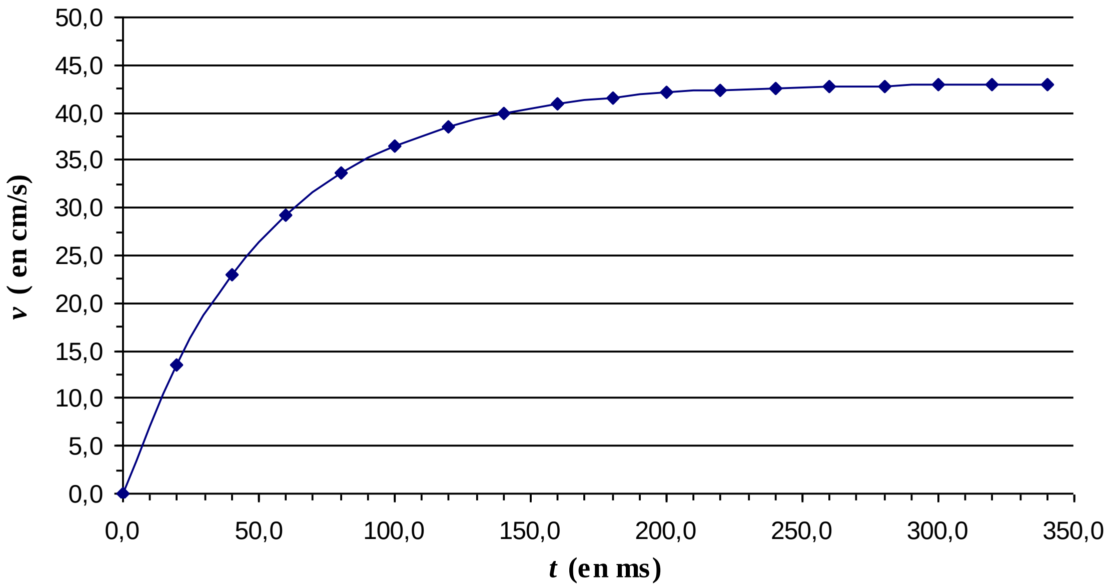
2.1. Montrer que l'équation différentielle régissant le mouvement est du type :

$\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}} = \mathrm{A} + \mathrm{Bv}$ $\frac{dv}{dt} = A + Bv$ où A et B sont des constantes. Donner les expressions littérales de ces constantes en fonction des données de l'énoncé.

2.2. Vérifier que A = 8,24 m.s^{-2}.

3. <u>Exploitation d'une chronophotographie</u>

Une chronophotographie du mouvement de chute de la bille a permis de tracer l'évolution de la vitesse en fonction du temps (document 1).



<u>document 1</u>

Une modélisation ultérieure donne l'évolution de la vitesse de la forme :

$$v(t) = v_{lim}(1 - \exp(-\frac{t}{\tau})) \quad v(t) = v_1\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

3.1. Décrire la méthode qui permet, à partir d'une chronophotographie, de mesurer la vitesse instantanée d'un mobile.

3.2. Définir v_{lim} et τ. Donner leurs unités. Déterminer graphiquement les valeurs de ces deux grandeurs.

3.3. Exprimer v_{lim} et τ en fonction de A et B, constantes définies au 2.1.

3.4. A partir de la mesure de v_{lim} et des données de l'énoncé, calculer la viscosité η de la glycérine. Des tables donnent la viscosité de la glycérine égale à : $\eta_{\text{théorique}}$ = 0,83 Pa.s . Comparer les valeurs expérimentale et théorique de cette viscosité (on calculera l'écart relatif). L'unité proposée correspond-elle à l'unité SI déterminée précédemment ?

3.5. Déterminer graphiquement la date t_1 à partir de laquelle la vitesse devient constante. Quelle est alors la position $x(t_1)$ de la bille ? Le régime transitoire est-il facilement observable à l'œil nu ?

3.6. Proposer un protocole pour mesurer la viscosité d'un liquide à partir d'une seule mesure de vitesse.

4. Etude énergétique

Soit un point C tel que x_C = 15 cm.

4.1. Déterminer l'expression puis la valeur du travail de chacune des forces appliquées à la bille, autres que la force de frottement, lors du déplacement de O en C.

4.2. En supposant que la vitesse de la bille en C est $v_C = 4,3 \times 10^{-1}$ m.s^{-1}, calculer le travail de la force de frottement.