

➤ Correction DS n°3

I Structure électronique de l'atome

1) $\boxed{\varepsilon = \frac{h \cdot c}{\lambda}}$

2) L'énergie du photon est calculée à l'aide de la relation de la question précédente :

$$\varepsilon = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{10^{-4}} = 1,99 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

Pour passer des joules aux électron-volts, il suffit de calculer :

$$\boxed{\varepsilon_{(eV)} = \frac{\varepsilon_{(J)}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot eV^{-1}}} \stackrel{\text{ici}}{=} \frac{1,99 \cdot 10^{-21}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,24 \cdot 10^{-2} \text{ eV} \Rightarrow \boxed{\varepsilon = 1,24 \cdot 10^{-2} \text{ eV}}$$

3) La variation d'énergie $\Delta\varepsilon$ de l'atome d'hydrogène au cours de la transition $3 \rightarrow 2$ vaut :

$$\Delta\varepsilon_{at,3 \rightarrow 2} = \varepsilon_2 - \varepsilon_3 = -\frac{13,6}{2^2} - \left(-\frac{13,6}{3^2}\right) = -1,89 \text{ eV} = -3,02 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Cette énergie perdue par l'atome correspond à l'énergie ε_φ du photon émis au cours de cette transition avec la longueur d'onde $\lambda_{3 \rightarrow 2}$ telle que :

$$\varepsilon_\varphi = -\Delta\varepsilon_{at,3 \rightarrow 2} = \frac{h \cdot c}{\lambda_{3 \rightarrow 2}} \Rightarrow \lambda_{3 \rightarrow 2} = \frac{h \cdot c}{-\Delta\varepsilon_{at,3 \rightarrow 2}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{3,02 \cdot 10^{-19}} = 6,58 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

CI : $\boxed{\lambda_{3 \rightarrow 2} = 658 \text{ nm}}$

4) L'atome d'hydrogène étant initialement dans l'état excité 3d, ε_i représente la variation d'énergie :

$$\varepsilon_i = \varepsilon_\infty - \varepsilon_3 = -\frac{13,6}{\infty^2} - \left(-\frac{13,6}{3^2}\right) = 1,51 \text{ eV}$$

CI : $\boxed{\varepsilon_i = 1,51 \text{ eV}}$ **Rép. B**

5) Trois règles de remplissage des O.A. :

① Règle d'exclusion de Pauli

Deux électrons d'un même atome ou d'un même ion monoatomique ne peuvent avoir les mêmes valeurs de leurs quatre nombres quantiques. Donc, deux quadruplets identiques ne peuvent coexister.

② Règle de Klechkowski

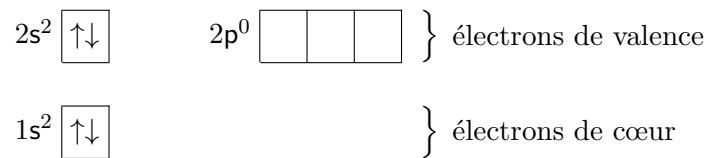
Le remplissage des sous-couches se fait par ordre $(n+l)$ croissant, n croissant pour $(n+l)$ constant.

Les sous-couches sont donc remplies dans l'ordre suivant, le remplissage d'une sous-couche donnée ne pouvant commencer que si la précédente est saturée :

➤ $n+l = 1$: 1s	➤ $n+l = 5$: 3d - 4p - 5s
➤ $n+l = 2$: 2s	➤ $n+l = 6$: 4d - 5p - 6s
➤ $n+l = 3$: 2p - 3s	➤ $n+l = 7$: 4f - 5d - 6p - 7s
➤ $n+l = 4$: 3p - 4s	➤ $n+l = 8$: 5f - 6d - 7p

③ Règle de Hund

Lorsqu'une sous-couche n'est que partiellement occupée, la configuration de plus basse énergie,



Ce qui correspond aux quadruplets de nombres quantiques :

$$\underbrace{\left(1, 0, 0, \frac{1}{2}\right); \left(1, 0, 0, -\frac{1}{2}\right)}_{\text{OA de } 1s}; \underbrace{\left(2, 0, 0, \frac{1}{2}\right); \left(2, 0, 0, -\frac{1}{2}\right)}_{\text{OA de } 2s}$$

CI : Rép. B

12) Rép. D : c'est l'unique réponse qui respecte à la fois :

- la règle d'exclusion de Pauli : les électrons appariés doivent avoir des spins opposés sur une même OA);
- et la règle de Hund : en cas d'occupation partielle d'une sous-couche, les maximum d'orbitales atomiques doit être occupé, avec un spin total maximum.

II Puissance maximale reçue par une résistance

1) La modélisation du générateur correspond à un **générateur de Thévenin**.

2) $\boxed{i = \frac{E}{r + R}}$ et $\boxed{u = Ri = \frac{R.E}{r + R}}$

3) $\boxed{\mathcal{P} = u.i = \frac{R.E^2}{(r + R)^2}}$

4) La puissance passe par un maximum lorsque : $\frac{d\mathcal{P}}{dR} = \frac{E.(r - R)}{(r + R)^3} = 0 \Rightarrow \boxed{R = r}$

5) $\boxed{\mathcal{P}_g = E.i = \frac{E^2}{r + R}}$

6) $\boxed{\eta = \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_g} = \frac{R}{r + R}}$ et $\boxed{\eta_m = 0,5}$

III Comportement récepteur ou générateur d'un dipôle

1) La loi des mailles donne :

$$\begin{cases}
 E_1 - R_1 I_1 - RI = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1}{R_1} - \frac{R}{R_1} I & \textcircled{1} \\
 E_2 - R_2 I_2 - RI = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{E_2}{R_2} - \frac{R}{R_2} I & \textcircled{2}
 \end{cases}$$

Puisque $I = I_1 + I_2 = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} - I \left(\frac{R}{R_1} + \frac{R}{R_2} \right)$

On en déduit :

$$I = \frac{E_1 R_2 + E_2 R_1}{R_1 R_2 + R(R_1 + R_2)} \xrightarrow{\textcircled{1}} \boxed{I_1 = \frac{R_2 E_1 - R(E_2 - E_1)}{R_1 R_2 + R(R_1 + R_2)}}$$

2)

• Méthode 1 :

On travaille directement sur le schéma initial.

Loi des nœuds en termes de potentiels en A (masse en B) :

$$\frac{V_B - V_A + E_1}{R_1} + \frac{V_B - V_A}{R} + \frac{V_B - V_A + E_2}{R_2} = 0$$

$$\Rightarrow V_A = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R_2}} = \frac{E_1 R R_2 + E_2 R R_1}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2}$$

Comme $V_A - V_B = E_1 - R_1 I_1$

$$\text{Alors : } I_1 = \frac{E_1 - V_A}{R_1} = \frac{E_1(R_2 + R) - E_2 R}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2} = \frac{R_2 E_1 - R(E_2 - E_1)}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2}$$

• Méthode 2 :

On travaille sur le schéma équivalent à une maille (cf. ci-dessus). La loi des mailles donne :

$$E_1 - R_1 I_1 - \frac{R R_2}{R + R_2} I_1 - \frac{R E_2}{R + R_2} = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{R_2 E_1 - R(E_2 - E_1)}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2}$$

3) Par symétrie (la branche (1) étant symétrique de la branche (2)) :

$$I_2 = \frac{R_1 E_2 - R(E_1 - E_2)}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2}$$

$$4) \quad I = I_1 + I_2 = \frac{R_1 E_2 + R_2 I_1}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2} \quad \text{et} \quad U_{AM} = R \cdot I = \frac{R R_1 E_2 + R R_2 I_1}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2}$$

5) La puissance fournie par le dipôle $\{E_1, R_1\}$ est $\mathcal{P}_{f_1} = U_{AM} \cdot I_1 = V_A \cdot I_1$ (convention générateur)

Le dipôle est un récepteur si $\mathcal{P}_{f_1} < 0$

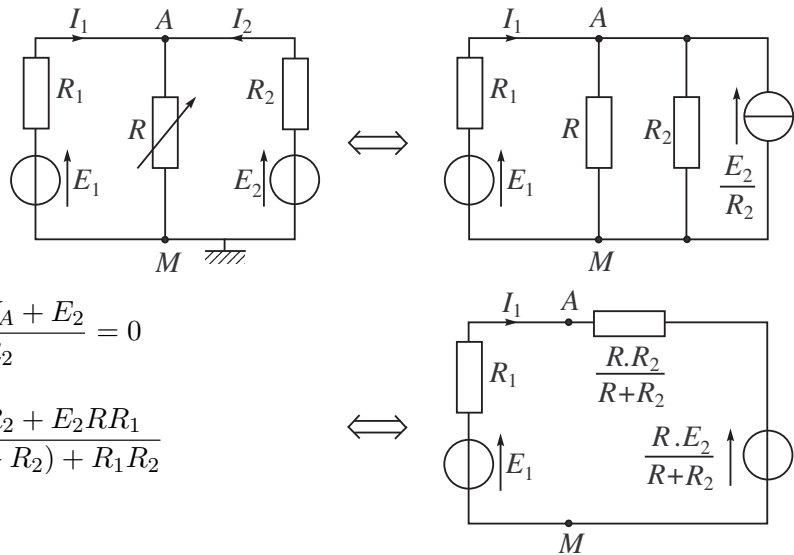
$$\text{Or, } V_A = \frac{E_1 R R_2 + E_2 R R_1}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2} > 0$$

$$\text{Donc, le dipôle est récepteur si : } I_1 < 0 \Leftrightarrow R_2 E_1 - R(E_2 - E_1) < 0 \Leftrightarrow R > \frac{R_2 E_1}{E_2 - E_1}$$

6) La puissance fournie par $\{E_2, R_2\}$ est $\mathcal{P}_{f_2} = U_{AM} \cdot I_2 = V_A \cdot I_2$ (convention générateur)

$$\text{Or } V_A > 0 \text{ et } I_2 = \frac{R_1 E_2 - R(E_1 - E_2)}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2} > 0 \text{ puisque } E_2 > E_1$$

Donc $\mathcal{P}_{f_2} > 0$ et le dipôle $\{E_2, R_2\}$ se comporte comme un **générateur**.



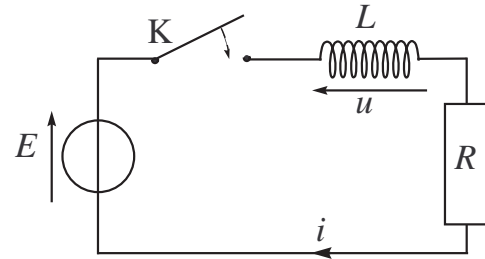
IV Circuit RL série

1) L'interrupteur est ouvert à $t = 0^-$: $i(0^-) = 0$

2) L'intensité traversant une bobine étant une fonction continue du temps : $i(0^-) = i(0^+) = 0$

La loi des mailles à $t = 0^+$:

$$E - R \cdot i(0^+) - u(0^+) = 0 \Rightarrow u(0^+) = E$$



3) En régime permanent continu, la bobine se comporte comme un fil, donc : $u(\infty) = 0$

La loi des mailles donne : $E - R \cdot i(\infty) - u(\infty) = 0$, soit : $i(\infty) = I_0 = \frac{E}{R}$

4) Puisque $\tau = \frac{L}{R}$: $[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[V]}{[A]} \times \frac{[dt]}{[dt]} = [dt] = T$

τ est homogène à un temps : τ s'exprime en secondes dans le système S.I.

On l'appelle **constante de temps** ou **durée caractéristique** du circuit RL.

5) La loi des mailles conduit à $\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{E}{L}$ avec $\tau = \frac{L}{R}$

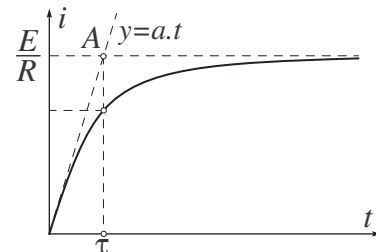
$$\left. \begin{array}{l} \text{Solution : } i = i_P + i_G = I_0 + A \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \\ \text{Comme } i(0^+) = 0 \text{ on a : } I_0 + A = 0, \text{ soit : } A = -I_0 \end{array} \right\} \rightarrow \text{CI : } i(t) = I_0 \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$$

6) Lorsque $t \rightarrow +\infty$, la relation précédente permet de vérifier que : $i(\infty) = \frac{E}{R}$

7) Équation de la tangente à l'origine : $y = a \cdot t$ avec $a = \left(\frac{di}{dt}\right)(0) = \frac{E}{L}$.

$$y(t) = I_0 \Leftrightarrow \frac{E}{L} \cdot t = \frac{E}{R} \Leftrightarrow t = \frac{L}{R} = \tau$$

La tangente coupe l'asymptote en $A(\tau, I_0)$



8) $i(t_1) = \frac{99}{100} \cdot I_0 \Leftrightarrow I_0 \cdot (1 - \exp(-\frac{t_1}{\tau})) = \frac{99}{100} \cdot I_0 \Leftrightarrow \exp(-\frac{t_1}{\tau}) = \frac{1}{100}$

Soit : $t_1 = 2\tau \cdot \ln(10) \simeq 4,6 \cdot \tau$

9) $u(t) = L \frac{di}{dt} = E \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$.

10) La loi des mailles multipliée par i : $E \cdot i = Ri^2 + \frac{d\left(\frac{1}{2}Li^2\right)}{dt} \Leftrightarrow \mathcal{P}_g = \mathcal{P}_J + \frac{d\mathcal{E}_L}{dt}$ (*)

11) En régime permanent ($i = i(\infty)$) : $\mathcal{E}_L = \frac{1}{2}LI_0^2 = \frac{1}{2} \cdot L \cdot \frac{E^2}{R^2}$ et $\mathcal{P}_g = \mathcal{P}_J = R \cdot I_0^2 = \frac{E^2}{R}$

12) Puisque $\mathcal{E}_L = \text{Cte}$ en régime permanent continu, le bilan de puissance (*) conduit à :

$$\mathcal{P}_g = \mathcal{P}_J = \frac{E^2}{R}$$

CI : L'énergie électrique fournie par le circuit est entièrement dissipée par effet Joule dans le conducteur ohmique.

V Physique quantique

1) La longueur d'onde du seuil photoélectrique est telle que :

$$W_s = h\nu_s = h \frac{c}{\lambda_s} \Rightarrow \lambda_s = \frac{hc}{W_s} = \frac{6,26 \cdot 10^{-34} \times 2,999 \cdot 10^8}{2,24 \times 1,602 \cdot 10^{-19}} = 553,7 \text{ nm} \quad \boxed{\lambda_s = \frac{hc}{W_s} \approx 554 \text{ nm}}$$

Comme l'énergie cinétique maximale des électrons arrachés au métal par effet photoélectrique correspond à l'énergie du photon incident moins le travail d'extraction : $\mathcal{E}_k = h\nu - W_s$

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_k = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_s} \right) \approx 5,03 \cdot 10^{-21} \text{ J} = 31,4 \text{ meV}} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_k}{m_e}} \approx 1,05 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}}$$

2) Puisque $p = m_n v$ et que $\frac{p^2}{2m_n} = \frac{3}{2} k_B T$, on en déduit : $v = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_n}}$

Et comme : $\lambda_{\text{DB}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_n v}$ on a :

$T \text{ (K)}$	25	300	2000
$v \text{ (m.s}^{-1}\text{)}$	786	2720	7030
$\lambda_{\text{DB}} \text{ (nm)}$	0,503	0,145	0,0562

3) Le phénomène de diffraction sera important lorsque λ_{DB} est de l'ordre de grandeur de la dimension d'une maille cristalline (0,2 nm), c'est-à-dire pour $T = 300 \text{ K}$.

4) Si le puits infiniment profond d'énergie potentielle s'étend entre $x = 0$ et $x = L$, les conditions aux limites sont $\psi(x \leq 0, t) = \psi(x \geq L, t) = 0$: la **probabilité de trouver l'objet physique en $x = 0$ (et en deça) et en $x = L$ (et au-delà) est nulle**. La « particule » est piégée dans l'étendue du puits d'énergie potentielle infini.

Analogie : **corde vibrante** de longueur L fixée en ses extrémités, siège de vibrations qui se décompose en une somme d'**ondes stationnaires** appelées les modes propres de la corde vibrante.

5) Le mode propre de rang n d'une corde vibrante de longueur L correspond à la longueur d'onde $\lambda_n = \frac{2L}{n}$

En identifiant, par analogie l'expression de cette longueur d'onde avec celle de Louis de Broglie associée à l'objet physique dans le puits infiniment profond d'énergie potentielle, on obtient l'expression quantifiée de son énergie (dans le cadre non relativiste et en tenant compte d'une énergie potentielle nulle dans l'étendue du puits) :

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{\text{DB}} = \frac{h}{p} = \frac{2L}{n} &\Rightarrow p = \frac{nh}{2L} \\ \mathcal{E} = \mathcal{E}_k + \cancel{\mathcal{E}_p} = \frac{1}{2} m v^2 &\Rightarrow \mathcal{E} = \frac{p^2}{2m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_n = \frac{n^2 h^2}{8m_e L^2}}$$

6) La longueur d'onde émise correspond à l'émission d'un photon par un atome qui passe d'un niveau d'énergie élevé ($n = 2$) à un niveau d'énergie plus faible ($n = 1$) :

$$\mathcal{E}_\varphi = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = \frac{h^2}{8m_e L^2} (2^2 - 1^2) = \frac{3}{8} \frac{h^2}{m_e L^2} \Rightarrow \boxed{L = \sqrt{\frac{3}{8} \frac{h\lambda}{m_e c}} \approx 0,33 \text{ nm}}$$

Soit une valeur comparable à la valeur connue du diamètre de l'atome de Bohr (dans son état stable) puisque $L \approx 3a_0$.