➤ DS n°2

Samedi 16 novembre 2013

« Au-dessous de la multiplicité numérique des états conscients, une multiplicité qualitative ; au-dessous du moi aux états bien définis, un moi où succession implique fusion et organisation. Mais nous nous contentons le plus souvent du premier, c'est-à-dire de l'ombre du moi projeté dans l'espace homogène. La conscience, tourmentée d'un insatiable désir de distinguer, substitue le symbole à la réalité, ou n'aperçoit la réalité qu'à travers le symbole. Comme le moi ainsi réfracté, et par là-même subdivisé, se prête infiniment mieux aux exigences de la vie sociale en général et du langage en particulier, elle le préfère, et perd peu à peu de vue le moi fondamental. »
▷ Bergson – *Essai sur les données immédiates de la conscience* < GF 1521, p. 103, 105

Consignes de rédaction :

- **Chaque réponse doit être précédée de sa justification**
➜ Aucun raisonnement, aucun point.
- Ne surtout pas oublier ls unités dans les applications numériques !
- **les résultats devront être encadrés à la règle**, chaque copie numérotée, portant votre nom et votre **code copie** en haut à gauche.
- La calculatrice est autorisée.

Chimie

I Décomposition de la vapeur d'eau

La vapeur d'eau se décompose, en phase gazeuse, suivant certaines conditions en dihydrogène et en dioxygène :

$$2\mathrm{H_2O}_{(g)} \longrightarrow 2\mathrm{H}_{2(g)} + \mathrm{O}_{2(g)}$$

On étudie cette réaction à une température T dans un récipient de volume constant.
On introduit à l'instant $t = 0$ une quantité de matière n_0 de vapeur d'eau et on suit l'évolution de la pression totale P au cours du temps, ce qui est traduit dans le tableau ci-dessous :

$t\ (s)$	0	2	4	10	20	30
$P\ (bar)$	20, 00	20, 71	21, 19	22, 70	24, 68	26, 15

Donnée : constante des gaz parfaits : $R = 8,314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$.

1) Montrer que, si la réaction est d'ordre 1, la pression totale obéit à la relation :

$$\ln\left(3 - 2\frac{P}{P_0}\right) = -2kt$$

où k est la constante de vitesse et P_0 la pression initiale à la date origine.

2) À l'aide du tableau de mesures, justifier l'ordre de la réaction.
En déduire la constante k de la réaction à la température T.

3) Établir l'expression du temps de demi-réaction et calculer sa valeur à la température T.

4) On donne le temps de demi-réaction $\tau_1 = 1\,841\ s$ à $T_1 = 1\,000\ K$ et $\tau_2 = 0,256\ s$ à $T_2 = 1\,500\ K$. Déterminer l'énergie d'activation $\mathcal{E}_a$ de la réaction et le facteur préexponentiel A (facteur de fréquence).

5) Calculer la température T de travail.

II Réduction du persulfate

On considère ici l'équation d'une réaction en phase aqueuse, réactifs et produits étant des solutés.
Le persulfate est un oxydant puissant qui peut être réduit par les ions iodures en sulfate selon :

$$S_2O_8^{2-} + 2I^- \ = \ 2SO_4^{2-} + I_2$$

1) Exprimer la constante d'équilibre K de cette réaction en fonction des concentrations des réactifs et des produits.

La constante d'équilibre vaut $K = 10^{46}$. Donc cette réaction peut être considérée totale dans le sens $\xrightarrow{①}$.

2) Dans un bécher, on introduit $V_0 = 50\ mL$ d'une solution d'iodure de concentration C_0 inconnue. On titre par une solution de persulfate de concentration $C_1 = 0,10\ mol.L^{-1}$. L'équivalence se produit pour un volume $V_1 = 10\ mL$.
Calculer la concentration C_0.
Citer une méthode permettant de déterminer le volume V_1 à l'équivalence.

La réaction est une réaction lente dont on veut étudier la cinétique. Par une méthode qu'on n'exposera pas ici, il est possible de mesurer la vitesse initiale v_0 de cette réaction.
On détermine cette vitesse pour différentes concentrations initiales en $S_2O_8^{2-}$ et en I^-.
Les résultats sont rassemblés dans le tableau qui suit :

Expérience	$[S_2O_8^{2-}]_0$ $(mol.L^{-1})$	$[I^-]_0$ $(mol.L^{-1})$	v_0 $(mol.L^{-1}.s^{-1}$	k (?)
1	$0,100$	$0,100$	$5,00.10^{-4}$	?
2	$0,100$	$0,050$	$2,45.10^{-4}$	?
3	$0,100$	$0,025$	$1,26.10^{-4}$	?
4	$0,050$	$0,100$	$2,50.10^{-4}$	?
5	$0,025$	$0,100$	$1,24.10^{-4}$	?

3) En utilisant les mesures des expériences **1**, **4** et **5**, déterminer l'ordre partiel p par rapport à $S_2O_8^{2-}$.

4) En utilisant les mesures des expériences **1**, **2** et **3**, déterminer l'ordre partiel q par rapport à I^-.

5) Calculer la constante de vitesse k de cette réaction en l'identifiant à la moyenne statistique $\overline{k}$ des valeurs correspondant aux 5 expériences.

6) On part des concentrations initiales de l'expérience **4** :

$$[S_2O_8^{2-}]_0 = 0,050\ mol.L^{-1} \quad \text{et} \quad [I^-]_0 = 0,100\ mol.L^{-1}$$

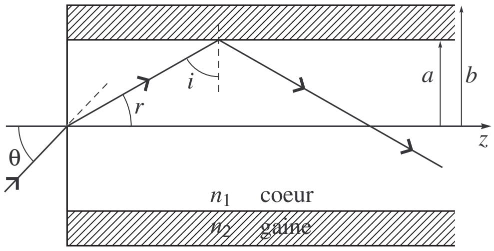
Déterminer la loi de vitesse de la concentration en $S_2O_8^{2-}$ au cours du temps.
Que vaut le temps de demi-réaction $\tau_{1/2}$?

7) La constante de vitesse double lorsque l'on passe de $25°C$ à $35°C$.
Estimer l'énergie d'activation de cette réaction.
Donnée : $R = 8,314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$.

Physique

III Guidage par fibre optique

On considère une fibre optique à saut d'indice, formée d'un cœur cylindrique d'axe (Oz), de rayon a, d'indice uniforme n_1, entouré d'une gaine d'axe (Oz), de rayon extérieur b, et d'indice $n_2 < n_1$.
Le milieu extérieur est l'air.
Un rayon pénètre dans la fibre avec une incidence θ (voir figure ci-contre).



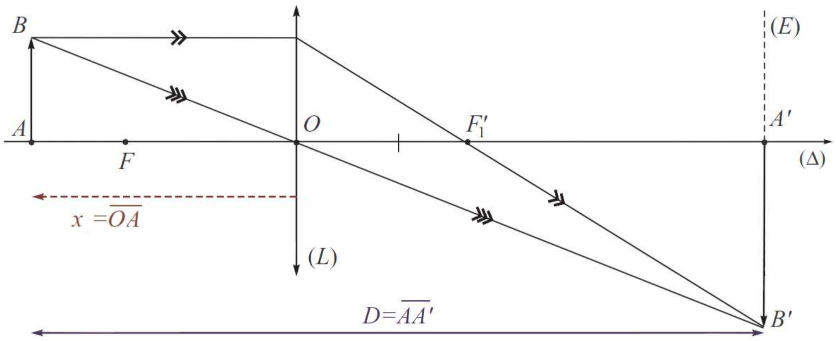
1) Montrer que le rayon lumineux est guidé dans le cœur (c'est-à-dire qu'il n'en sort pas) si l'angle i est supérieur à une valeur critique i_c, que l'on exprimera en fonction de n_1 et n_2.
Calculer i_c, pour $n_1 = 1,456$ (silice) et $n_2 = 1,410$ (silicone).

2) Exprimer, en fonction de n_1 et n_2, l'angle limite θ_0 d'incidence du rayon sur la face d'entrée de la fibre optique, correspondant à une propagation possible dans la fibre.

3) On définit l'ouverture numérique d'une fibre par la grandeur O.N. $= n_0.\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$, où $n_0 = 1,000$ ici (air).
Calculer l'ouverture numérique de la fibre en silice/silicone.
Calculer l'ouverture numérique d'une fibre à arsénure de gallium, caractérisée par $n_1 = 3,9$ et $n_2 = 3,0$.
Commenter.

IV Méthodes de Bessel et de Silbermann

Une lentille sphérique mince convergente, notée $\mathcal{L}$, est utilisée dans le cadre de l'approximation de Gauss. Elle est caractérisée par son centre optique O et par sa distance focale image $f' = \overline{OF'}$.
Grâce à cette lentille, on projette sur un écran l'image nette $A'B'$ d'un objet réel lumineux AB.



Objet et écran sont **fixes** (et donc distants d'une distance D **constante** et positive) sur un banc optique et orthogonaux à l'axe.
On pose $\overline{OA} = x$ (variable négative !).

■ **Approche théorique : 1)** Exprimer, en fonction de x et D, la quantité algébrique $\overline{OA'}$.

2) À l'aide de la formule de conjugaison de Descartes, établir une relation entre x, D et f', relation qui se présente sous la forme d'une équation du second degré en x.

3) Montrer qu'en-dessous d'une valeur D_{min} de D, il n'existe plus de valeur de x physiquement acceptable, correspondant à une image nette sur l'écran.
Déterminer, en fonction de f', la distance minimale D_{min}.

4) Pour $D \geq D_{\text{min}}$, il existe deux positions O_1 et O_2 de la lentille $\mathcal{L}$ pour lesquelles on observe une image nette de l'objet sur l'écran.

On pose $x_1 = \overline{O_1A}$, $x_2 = \overline{O_2A}$ (avec $0 > x_1 > x_2$) et $d = \overline{O_1O_2}$.
Exprimer, en fonction de D et f', chacune des deux solutions x_1 et x_2. Où se trouvent O_1 et O_2 vis-à-vis du milieu de AA' ?

5) Représenter les deux constructions géométriques de $A'_1B'_1$ et $A'_2B'_2$, images de AB correspondantes aux deux positions O_1 et O_2 de la lentille. On fera les deux construction l'une au-dessous de l'autre en prenant soin de garder les mêmes dimensions pour D, AB et f'. Que peut-on dire du grandissement transversal dans chacun des cas ?

6) Calculer le produit des grandissements transversaux G_{t1} et G_{t2} correspondant aux deux positions possibles de la lentille. Que remarque-t-on (exprimer pour cela $G_{t1}.G_{t2}$) ?

7) Déterminer, en fonction de D et d la distance focale image f'.

■ Approche expérimentale :

8) Une série de mesures permet un traitement statistique :

D (cm)	60	70	80	90	100	110	120	130
d (cm)	15,6	31,5	42,6	54,3	66,2	77,1	86,6	97,1

Calculer :
- la moyenne $\overline{f'}$ des valeurs de la distance focale image f' ;
- l'écart-type expérimental $s_{\mathsf{exp}}(f')$ sur cette moyenne ;
- l'incertitude-type $u(f')$ correspondante ;
- l'incertitude élargie $\Delta f'$.

Conclure en présentant le résultat sous la forme $f' = (\overline{f'} \pm \Delta f')$ cm avec un seul chiffre significatif sur l'incertitude élargie.
Donnée : coefficient de Student pour 8 mesures : $t_8 = 2,37$.

■ Méthode de Silbermann

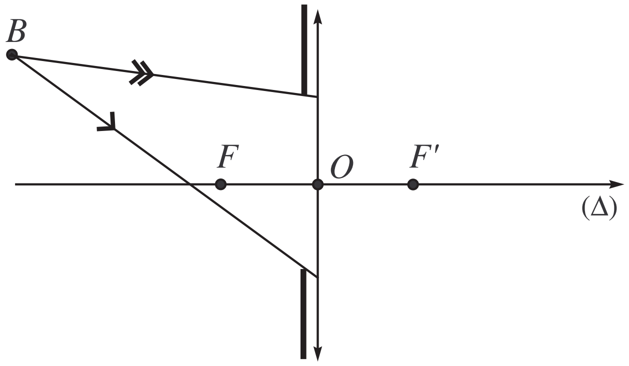
9) Retour sur le cas $D = D_{\mathsf{min}}$. Pourquoi parle-t-on de montage « 4f » ? Faire le schéma correspondant.
10) On appelle x_A l'abscisse de l'objet et x_E l'abscisse de l'écran. Le banc est gradué en mm.
Proposer un protocole expérimental permettant de mesurer la distance focale image d'une lentille convergente en utilisant ce montage.
Déterminer l'expression littérale de l'incertitude élargie sur le mesurande (avec un intervalle de confiance de 95%).

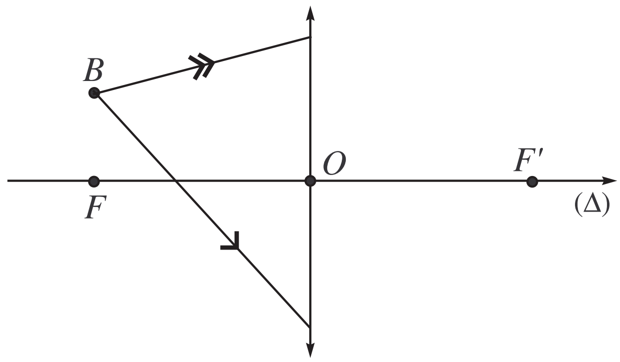
Code copie :

NOM, prénom :

V Construction avec lentilles minces

1) Tracer les faisceaux lumineux qui, issus des points B, émergent des lentilles :





2) Un faisceau lumineux émis par un point B très éloigné arrive sur la lentille $(\mathcal{L}_1)$.
- Construire l'image B_1 de B par la lentille $(\mathcal{L}_1)$;
- Tracer la suite du faisceau lumineux entre les deux lentilles ;
- Construire l'image B_2 de B_1 par la lentille $(\mathcal{L}_2)$;
- Tracer le faisceau qui émerge de la lentille $(\mathcal{L}_2)$.