➤ Correction DS nº1

I Oscillateur mécanique horizontal

1) $\mathcal{S} = \{M, m\}$ étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen, soumis à son poids ($m\vec{g}$), à la réaction du support ($\vec{R}$, sans composante selon la direction Ox car aucun frottement) et à la force de rappel du ressort ($\vec{F} = -k(l - l_0)\vec{e_x} = -kx\vec{e_x}$).
Le principe fondamental de la dynamique donne, en projection selon (Ox) :

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{R} + \vec{F} \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} = -kx \quad \Rightarrow \quad \boxed{\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0} \text{ avec : } \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

2) La solution s'écrit : $x = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$ ou encore $x = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$
On en déduit : $v = \dot{x} = -A\omega_0\sin(\omega_0 t) + B\omega_0\cos(\omega_0 t)$
Les conditions initiales donnent :

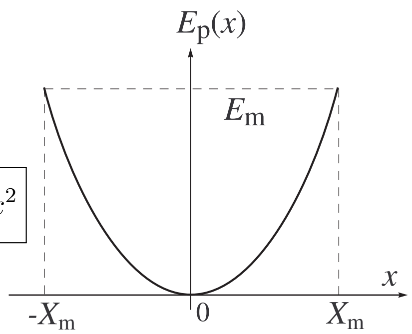
$$\begin{cases} x(0) & = A & = x_0 \\ \dot{x}(0) & = B\omega_0 & = v_0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = x_0\cos(\omega_0 t) + \frac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)}$$

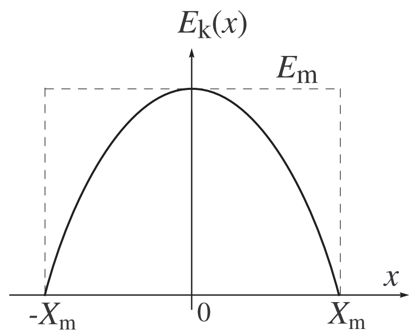
3) $\boxed{\mathcal{E}_k = \frac{1}{2}mv^2}$ $\boxed{\mathcal{E}_p = \frac{1}{2}k(l - l_0)^2}$ $\boxed{\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_p + \mathcal{E}_k}$

4) $\boxed{\mathcal{E}_p = \frac{1}{2}kx^2}$

5) Puisque $\mathcal{E}_m = \mathsf{Cte}$, on a

$$\boxed{\mathcal{E}_k = \mathcal{E}_m - \mathcal{E}_p = \mathsf{Cte} - \frac{1}{2}kx^2}$$





6) Puisque $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \mathsf{Cte}$, on peut écrire :

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_m}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}m.2.\cancel{v}.\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}k.2.x.\frac{\mathrm{d}\cancel{x}}{\cancel{\mathrm{d}t}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0}$$

7) Lorsque $x = X_m$, on a :

$$\mathcal{E}_m = \begin{cases} \mathcal{E}_{p,\mathsf{max}} & = \frac{1}{2}kX_m^2 \\ \mathcal{E}_m(0) & = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \boxed{X_m = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2}}$$

8) Lorsque $v = V_m$, on a :

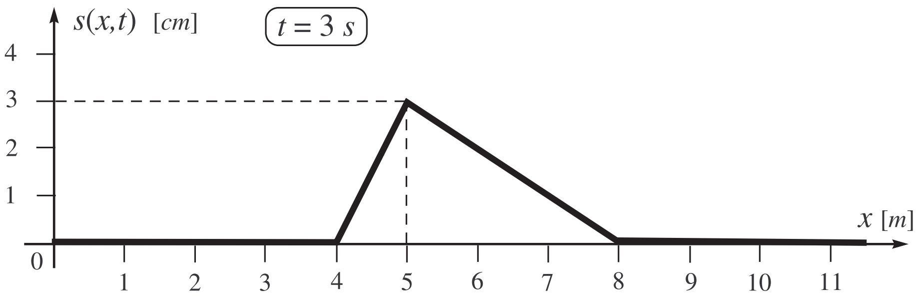
$$\mathcal{E}_m = \begin{cases} \mathcal{E}_{k,\mathsf{max}} & = \frac{1}{2}mV_m^2 \\ \mathcal{E}_m(0) & = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_m = \sqrt{v_0^2 + \omega_0^2 x_0^2} = \omega_0 X_m}$$

II Évolution temporelle d'une onde

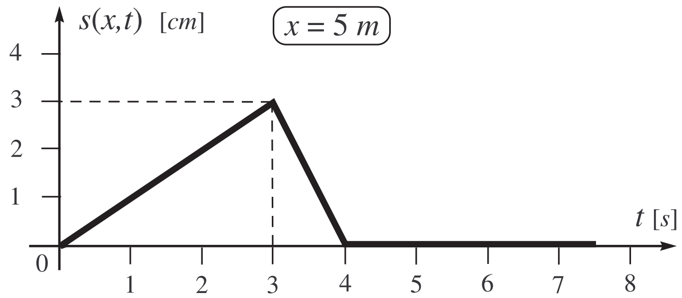
1) En $\Delta t = 3s$, l'onde s'est déplacée de

$$\Delta x = c.\Delta t$$

soit $= 3\ m$.



2) En $x_0 = 5\ m$ l'onde arrive à $t = 0\ s$. Sa largeur étant de $4\ m$ et sa vitesse de $1\ m.s^{-1}$, la crête passe par x_0 au bout de $3\ s$ et la queue de l'onde arrive au bout de $4\ s$.



III Écoute musicale et interférences

1) Soit L la distance entre les enceintes et le mur. L'onde incidente a parcouru une distance $L - D$ lorsqu'elle arrive au niveau de l'auditeur. La réflexion sur le mur de l'onde de surpression acoustique ne s'accompagnant d'aucun déphasage, l'onde réfléchie lorsqu'elle arrive au niveau de l'auditeur correspond à une onde émise par l'enceinte qui a parcouru une distance $L + D$.

On en déduit le décalage temporel entre les deux ondes : $\tau = \dfrac{L+D}{v} - \dfrac{L-D}{v} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\tau = \dfrac{2D}{v}}$

2) Les ondes arrivent donc avec un déphasage

$$\Delta\varphi = \omega\tau = 2\pi.f.\frac{2D}{v} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta\varphi = \frac{4\pi.f.D}{v} = \frac{4\pi.D}{\lambda}}$$

3) il y a atténuation lorsqu'il y a interférence destructive, soit lorsque :

$$\Delta\varphi = \pi\ [2\pi] \quad \Rightarrow \quad \frac{4\pi.f.D}{v} = \pi + p2\pi \quad \Rightarrow \quad \boxed{f = \frac{v}{4D}(1+2p)} \quad \text{avec : } p \in \mathbb{N}$$

Si ces fréquences sont dans le domaine audible $[f_{\text{min}}, f_{\text{max}}] = [20\ Hz, 20\ kHz]$:

$$f_{\text{min}} < f < f_{\text{max}} \quad \Leftrightarrow \quad f_{\text{min}} < \frac{v}{4D}(1+2p) < f_{\text{max}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{v}{f_{\text{min}}}\frac{1+2p}{4} > D > \frac{v}{f_{\text{max}}}\frac{1+2p}{4}$$

Si la fréquence minimale d'interférence destructive ($p = 0$) est dans le domaine audible alors : $4,3\ m > D > 4,3\ mm$

On en déduit que pour qu'acune fréquence d'interférences destructives soit dans le domaine audible, il faut que $\boxed{D > 4,3\ m \text{ ou } D < 4,3\ mm}$: ces conditions sont rarement réalisée (pour la première) ou impossible à réaliser (pour la seconde).

4) Lorsqu'on s'éloigne du mur, l'amplitude de l'onde incidente augmente et celle de l'onde réfléchie sur le mur diminue.

On peut donc comprendre qu'on évite l'effet nuisible en éloignant l'auditeur du mur.

IV Onde stationnaire et cordes de guitare

1) Puisque :

$$\left\{\begin{array}{ll}[c] & = L.T^{-1} \\ \left[\sqrt{\dfrac{T}{\mu}}\right] & = \left(\dfrac{MLT^{-2}}{ML^{-3}}\right)^{\frac{1}{2}} = (L^2T^{-2})^{\frac{1}{2}} = LT^{-1}\end{array}\right. \Rightarrow \text{ la relation } \boxed{c = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}}} \text{ est homogène}$$

2) La corde étant fixe en ses extrémités : $\boxed{y(0,t) = 0}$ ① et $\boxed{y(L,t) = 0}$ ②

3) Les conditions aux limites imposent :

$$① \Rightarrow A\sin(\psi) = 0 \Rightarrow \psi = 0\ [\pi] \xrightarrow{\text{Choix } \psi = 0} y(x,t) = A\sin(kx)\cos(\omega t + \varphi)$$

$$② \Rightarrow A\sin(kL) = 0 \Rightarrow kL = 0\ [\pi] \Rightarrow kL = n\pi \quad \text{avec : } n \in \mathbb{N}^* \text{ car } kL > 0$$

Soit : $L = n\dfrac{\lambda}{2} \Leftrightarrow \boxed{\lambda_n = \dfrac{2L}{n} = \dfrac{\lambda_1}{n}}$ avec : $\boxed{\lambda_1 = 2L} \Rightarrow \boxed{\lambda_n = \dfrac{2L}{n}}$

4) Fréquences correspondantes : $f_n = \dfrac{c_n}{\lambda_n}$.
En supposant le milieu non dispersif, c'es-à-dire de vitesse c indépendante de la longueur d'onde de l'onde stationnaire :

$$\boxed{f_n = n\frac{c}{\lambda_1} = n.f_1} \text{ avec } \boxed{f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{2L}} \Rightarrow \boxed{\omega_n = n\frac{\pi c}{L}}$$

5) Pour l'harmonique de rang n :

$$y_n(x,t) = A_n.\sin(k_n x)\cos(\omega_n t + \varphi_n) = A_n.\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_n}x\right).\cos(2\pi f_n.t + \varphi_n)$$

Soit, en posant $\omega_1 = 2\pi f_1$: $\boxed{y_n(x,t) = A_n.\sin\left(n\dfrac{\pi}{L}x\right).\cos(n\omega_1.t + \varphi_n)}$

6) • Les **ventres de vibrations** sont définis par : $\sin\left(n\dfrac{\pi}{L}x\right) = \pm 1$

$$\Rightarrow n\frac{\pi}{L}x = \frac{\pi}{2} + p\pi\ (> 0 \text{ car } L \geq x > 0) \Rightarrow \boxed{x_{\mathsf{V}} = \left(\frac{1}{2}+p\right)\frac{L}{n} = \left(\frac{1}{2}+p\right)\frac{\lambda_1}{2n} = \left(\frac{1}{2}+p\right)\frac{\lambda_n}{2}}$$

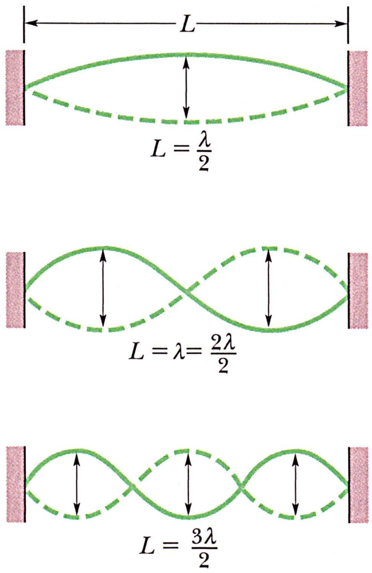
Avec $0 \leq p < n$: $\boxed{n \text{ ventres pour le mode stationnaire de rang } n}$.

• Les **nœuds de vibrations** sont définis par : $\sin\left(n\dfrac{\pi}{L}x\right) = 0$

$$\Rightarrow n\frac{\pi}{L}x = p\pi \ (\geq 0 \text{ car } L \geq x \geq 0) \Rightarrow \boxed{x_{\mathsf{N}} = p\frac{L}{n} = p\frac{\lambda_1}{2n} = p\frac{\lambda_n}{2}}$$

Avec $0 \leq p \leq n$: $\boxed{n+1 \text{ nœuds pour le mode stationnaire de rang } n}$.

7)



8) Par définition de c : $\boxed{T^2 = c^2.\mu}$
Soit :

$$T = (\lambda_1.f_1)^2 \frac{\rho.\cancel{L}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2}{\cancel{L}} = 4L^2.f_1^2.\rho.\pi.\frac{d^2}{4}$$

Donc : $\boxed{T = \pi\rho.(f_1.d.L)^2}$

9)

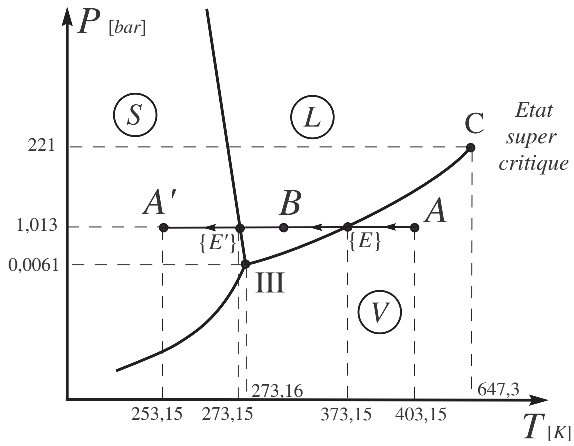
Corde n^o	1	2	3	4	5	6
$f_1\ (Hz)$	$82,5$	110	147	196	247	330
$d\ (mm)$	$1,12$	$0,89$	$0,70$	$0,55$	$0,35$	$0,25$
$T\ (N)$	83	93	103	113	73	66

V Transformations nucléaires et transformations physiques

1) $\boxed{{}^{211}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{207}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}}$ **2)** $\boxed{{}^{30}_{15}\mathrm{P} \rightarrow {}^{30}_{14}\mathrm{Si} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}^+ + {}^{0}_{0}\nu_\mathrm{e}}$

3) $\boxed{{}^{97}_{42}\mathrm{Mo} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{97}_{43}\mathrm{Tc} + 2\,{}^{1}_{0}\mathrm{n}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{Z(\mathrm{Tc}) = 43}$

4)
• On distingue les domaines « phase solide », « phase liquide » et « phase vapeur » (ou gaz).
• Les domaines :
- S/L sont séparés par la courbe de fusion ;
- L/V sont séparés par la courbe de vaporisation ;
- S/V sont séparés par la courbe de sublimation.



• Pour l'eau, la pente de la courbe de fusion est négative.

• L'évolution $A \rightarrow A'$ est constituée :
- d'une diminution de température isobare en phase vapeur ($A \rightarrow E_i$) ;
- d'un palier de changement d'état $\{E\}$: liquéfaction ;
- d'une diminution de température isobare en phase liquide ($E_f \rightarrow E'_i$) ;
- d'un palier de changement d'état $\{E'\}$: solidification ;
- d'une diminution de température en phase solide ($E'_f \rightarrow A'$).

VI Incertitude d'un dosage

1) $\boxed{\overline{C_a} = 103,60\ mmol.L^{-1}}$ et $\boxed{s_{\mathrm{exp}} = 1,79\ mmol.L^{-1}}$

2) $\boxed{u(C_a) = \frac{s_{\mathrm{exp}}}{\sqrt{12}} = 0,52\ mmol.L^{-1}}$

3) $\boxed{U(C_a) = \Delta C_a = t_{12}.u(C_a) = 1,14 \simeq 1,2\ mmol.L^{-1}}$ donc : $\boxed{C_a = (103,6 \pm 1,2)\ mmol.L^{-1}}$