

$$Z_1 = \frac{R}{1 + jRC\omega}$$

$$Z_2 = \frac{jRL\omega}{R + jL\omega}$$

III. Théorèmes Fondamentaux en RSF

1) T° Théorème de N / N → Théorème
(idem ϵ_2)

2) Théorème de superposition
(idem ϵ_2)

3) LNTP et Théorème de Millman
(idem ϵ_2)

à condition de travailler en notat° complexe

LNTP:

$\sum_k \frac{Y_k - Y_N + \sum_k \epsilon_k E_k}{Z_k} + \sum_{k'} \epsilon_{k'} N_{k'} = 0$
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>branches ne contenant aucun c.c.m</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>branches contenant un c.c.m</p> </div> </div>

ϵ_k ? $e_k(t) = E_{mk} \cos(\omega t + \varphi_{ek}) \rightarrow \epsilon_k = E_{mk} e^{j\varphi_{ek}} e^{j\omega t}$
 $= E_k e^{j\omega t}$

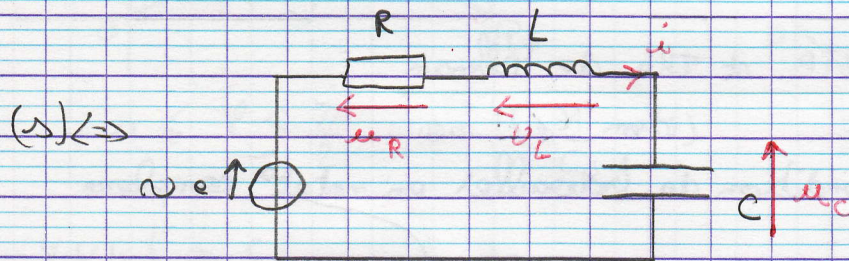
$N_{k'}$? $n_{k'} = N_{mk'} \cos(\omega t + \varphi_{nk'})$
 $n_{k'} = N_{mk'} e^{j\varphi_{nk'}} e^{j\omega t}$
 $= N_{k'} e^{j\omega t}$

Théorème de Millman : au nœud N

$$V_N = \frac{\sum_k \frac{V_k + E_k E_k}{Z_k} + \sum_{k'} E_{k'} N_{k'}}{\sum_k \frac{1}{Z_k}}$$

IV Circuit RLC série en RSF

1) Montage



source: $e = E_m \cos(\omega t + \varphi_e)$ avec $\varphi_e = 0$

réponse: $i = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$

$$u_R = U_{Rm} \cos(\omega t + \varphi_{u_R}) \\ = R \cdot i = \underbrace{R I_m}_{U_{Rm}} \cos(\omega t + \varphi_i)$$

↳ étudier la réponse en courant revient à étudier la réponse en tension aux bornes de R

De plus:

$$u_L = U_{Lm} \cos(\omega t + \varphi_{u_L})$$

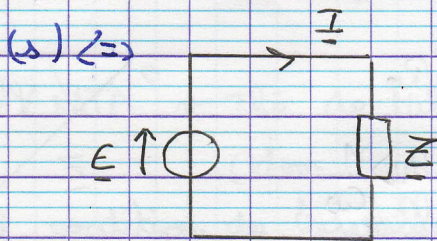
$$u_C = U_{Cm} \cos(\omega t + \varphi_{u_C})$$

Rmq: simplification des notations

$$\varphi_{u_R} = \varphi_R = \varphi_i \quad \varphi_{u_C} = \varphi_C \quad \varphi_{u_L} = \varphi_L$$

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \varphi_i - \frac{\pi}{2} \text{ déphase de } i(t) \text{ p/r à } e(t) \\ \varphi_L &= \varphi_L - \frac{\pi}{2} \text{ " " " } u_L(t) \text{ " " " } \\ \varphi_C &= \varphi_C - \frac{\pi}{2} \text{ " " " } u_C(t) \text{ " " " } \end{aligned}$$

2) Impédance du circuit RLC série



avec

$$\begin{aligned} \underline{e} &= E_m e^{j\omega t} \\ &= \underline{E} e^{j\omega t} \end{aligned}$$

$$\underline{E} = E_m$$

$$\begin{aligned} \underline{i} &= I_m e^{j(\omega t + \varphi_i)} \\ &= \underline{I} e^{j\omega t} \end{aligned}$$

$$\underline{I} = I_m e^{j\varphi_i}$$

Impédance complexe du circuit RLC série:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{E}}{\underline{I}} = Z e^{j\varphi}$$

$$\varphi = \varphi_C - \varphi_L \text{ déphase de } e \text{ p/r à } i$$

3 impédances en série:

$$\underline{Z} = R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}$$

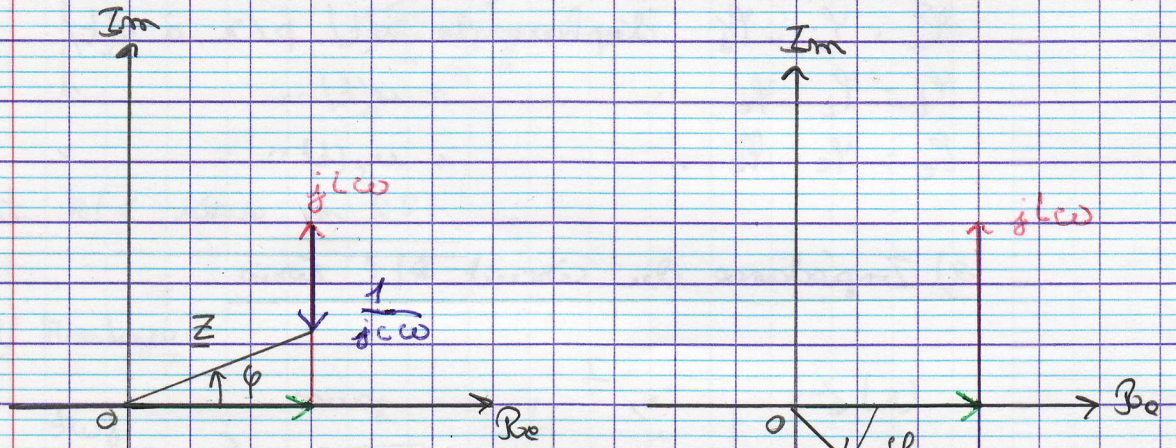
$$\underline{Z} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$$

rappel: $\frac{1}{j} = -j$

On sait établir (cf E₃):

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \leftarrow \text{pulsation propre en rad. s}^{-1}$$

$$Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \leftarrow \text{facteur de qualité (sans dimension)}$$



$$0 \leq \varphi < \frac{\pi}{2} : \text{cas où } L\omega > \frac{1}{C\omega}$$

$\forall \omega, L \text{ ou } C$

$$\boxed{\cos \varphi > 0}$$

$$\hookrightarrow -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$$

$$\hookrightarrow \varphi = \arctan(\tan \varphi) \quad \text{donc } \cos \varphi = \frac{R}{Z} > 0$$

$$\sin \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{Z} \begin{matrix} \geq 0 \\ \text{ou} \\ \leq 0 \end{matrix}$$

$$\tan \varphi = \frac{\text{Im}(Z)}{\text{Re}(Z)} = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

$$\text{d'où } \varphi = \arctan\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$